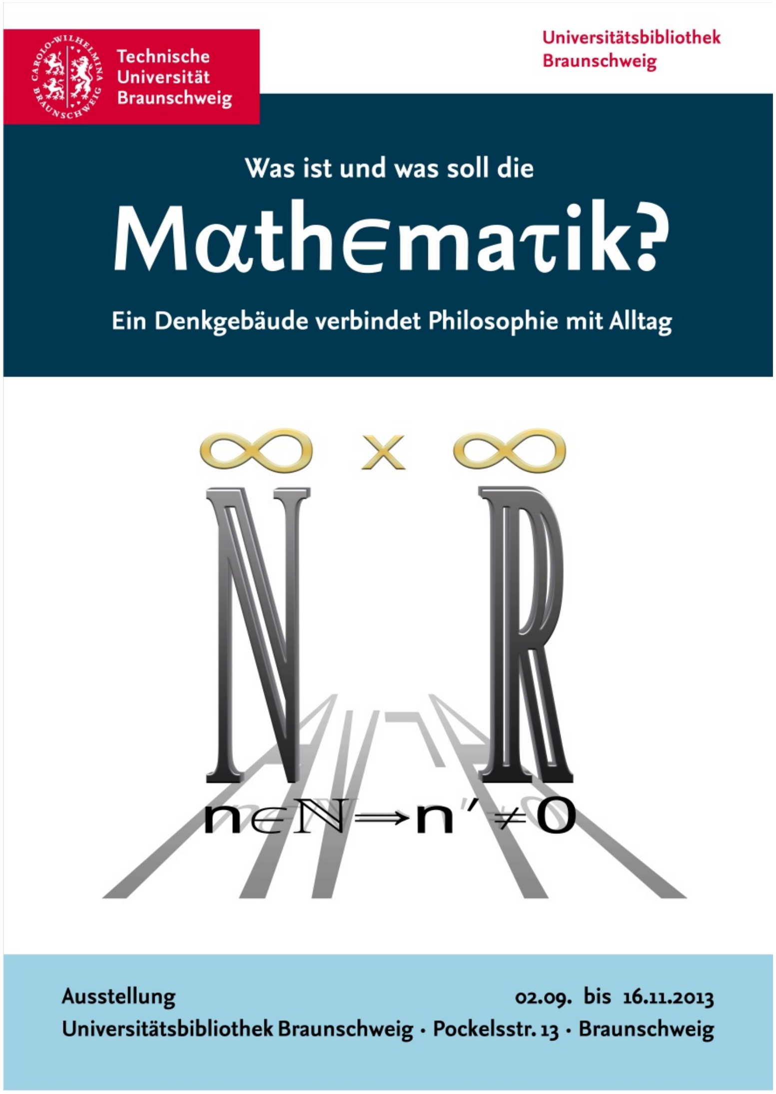

Auswahl und Anordnung: Bernhard Eversberg und Stefan Wulle
Texte: Bernhard Eversberg
Präsentation: Lena Jahnke
Grafik: Carsten Elsner

Universitätsbibliothek Braunschweig
2013

Inhalt

Was ist und was soll die MATHEMATIK?
Ein Denkgebäude verbindet Philosophie mit Alltag

An einer Hochschule wie der TU Braunschweig ist die Mathematik nicht nur ein Studienfach neben anderen, sondern fast alle Disziplinen sind auf sie angewiesen, weil heute mit den Computern mathematische Methoden verschiedenster Art die Fachwissenschaften in Theorie und Praxis durchdringen und nicht zuletzt auch das gegenseitige Verstehen verbessern können.
Die Bibliothek will aus diesem Grund einmal versuchen, mit ausgewählten Büchern das Wesen der Mathematik in etwas anderer Weise zu beleuchten, als es im Alltag der spezialisierten Fachtheorien und besonders der Anwendungen geschieht. Dieser Überblick wurde nicht historisch und auch nicht biographisch aufgebaut, weil damit die Sinnzusammenhänge in den Hintergrund träten. Ein Aufbau nach Teildisziplinen wie Algebra, Geometrie, Stochastik etc. würde dagegen die Anwendungen eher zu kurz kommen lassen und das Verständnis für den Gesamtbau nicht wirklich fördern.
Die Ausstellung ist deshalb an fünf Grundideen orientiert, die kennzeichnend sind für die heutige Mathematik und deshalb auch in fast jeder Anwendung mitspielen:

1. **Logik** – Strenge Regeln für das Denken und Reden
2. **Axiomatik** – Klare Grundlagen für Theorien
3. **Algorithmik** – Formales Lösen von Problemen, Schritt für Schritt
4. **Analysis** – Arbeiten mit reellen und komplexen Zahlen und Funktionen
5. **Komplexität** – Ihre Beherrschung ist allgemeines Ziel der Mathematik
   a) Umgang mit den Herausforderungen der Welt vereinfachen
   b) Grenzen der Mathematik erkennen, Probleme nach Schwierigkeit sortieren
   c) Menschliche Vorstellungskraft erweitern

Das Bild auf dem Plakat zur Ausstellung setzt sich aus den fünf Symbolen zusammen, die den fünf Grundideen zugeordnet wurden.

Es schließen sich zwei Abschnitte an, die den Blick auf das gegenwärtige Anwendungsspektrum richten sowie auf die denkbare Zukunft:

6. **Anwendungen** – Wo Mathematik auf Wirklichkeit trifft

7. **Zukunft** – Kommt die künstliche Intelligenz?

Carl Friedrich Gauß und **Leonhard Euler** sind zwei herausragende Mathematiker, deren Lebenswerk bis heute in vielen Bereichen von Bedeutung ist. Daher kann man sie nicht unter einer der genannten Überschriften einordnen. Sie werden deshalb innerhalb der Ausstellung zwar mit nur sehr wenigen Dokumenten repräsentiert und gewürdigt, dafür aber mittendrin. Sie stehen gewissermaßen im Kernbereich des weitläufigen Denkgebäudes, das Mathematik heißt.

Logik und Axiomatik

bilden eine zweischichtige Fundamentplatte und eine sprachliche Grundlage der Mathematik, wobei die in der Philosophie wurzelnde Logik auch alle anderen Wissenschaften trägt. Genauer handelt es meistens um die „Prädikatenlogik erster Stufe“, in der man auch mit „Mengen“ (Georg Cantor) umgehen kann.

1. Logik

$$A \lor \neg A$$

> Sein oder Nichtsein: Entweder gilt Aussage A oder sie gilt nicht; beides zugleich ist nicht möglich.
> Dies gehört zu den wichtigsten Grundsätzen der Mathematik; würde man es nicht fordern, könnte sie keine nützlichen Aussagen machen.

Dies ist, genau genommen, der Grundsatz einer „zweiwertigen Logik“. Es gibt viele Ansätze zu mehrwertigen Logiken, wobei es quasi zwischen 'Ja' und 'Nein' unterschiedliche Stufen von 'Vielleicht' geben kann. Das geht bis hin zur „Fuzzy Logic“, in der eine Aussage in stufenlosem Grade zwischen 0 und 1 (reelle Zahlen!) zutrifft. So etwas beherrschen angeblich schon Waschmaschinen. Im Mainstream der Mathematik dominiert aber weiterhin die zweiwertige Logik mit den Wahrheitswerten 0 und 1, und auf diese wird im Innern eines Computers ohnehin alles reduziert: Die Befehlsfolge

```
if … then … else …
```

ist die häufigste in allen Programmiersprachen, und stets hat sie die Bedeutung einer Ja-Nein-Entscheidung.

Gottlob Frege führte eine neue Schrift ein, die sog. „Begriffsschrift“, in der sich Aussagen ohne Worte, rein symbolisch aufschreiben lassen. Das soll Mißverständnisse verhüten, die in der ganz normalen Menschensprache leicht passieren, zumal wenn es nicht die eigene ist!

2. Axiomatik

$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0$$

Dies ist das Axiom Nr. 3 von Peano: Wenn n eine natürliche Zahl ist, dann ist ihr Nachfolger n' nicht die Null. Anders gesagt: Die 0 ist die erste natürliche Zahl.

Axiome sind Voraussetzungen, die am Anfang einer Theorie stehen und auf denen die gesamte Theorie logisch aufgebaut wird. Axiome werden innerhalb der Theorie nicht begründet oder bewiesen! Man könnte fast von Glaubenssätzen sprechen. Anders als bei Dogmen ist aber das Hinterfragen und Ändern erlaubt, um zu schauen, was dann passiert; daraus kann dann eine bessere oder neue Theorie entsprießen. Sind die Axiome sehr gut durchdacht und ohne Widersprüche, so gelten sie als praktisch und bewähren sich. Diese Betrachtungsweise unterscheidet die Mathematik von allen anderen Wissenschaften und Weltanschauungen. Werden von jenen gewisse Facetten übernommen, so spricht man von „Mathematisierung".
Heute formuliert man Axiome ganz abstrakt, scheinbar losgelöst von aller Wirklichkeit, aber doch immer von ihr inspiriert und letztlich auf Anwendbarkeit gerichtet. Man redet z.B. nicht mehr wie Euklid von realen Punkten und Geraden in der Ebene. Die euklidische Geometrie wird so zum Spezialfall. Was man auf der Grundlage der Axiome herausfindet, gilt dann automatisch, quasi ganz nebenbei, auch für Euklids „flache" Geometrie. Anderes Beispiel: Was man über ein abstraktes algebraisches Gebilde namens „Körper" herausfindet, gilt dann sofort auch für die altvertrauten Zahlen, weil die mit ihrer Addition und Multiplikation die entsprechende Axiomatik erfüllen.
Im Grunde kennen wir solche Abstraktionen auch im Alltag: Was wir allgemein über „Gebäude" sagen können, gilt für Häuser wie für Hütten und Paläste; was wir über „Fahrzeuge" wissen, gilt für Autos wie für Ochsenkarren.
Die *Topologie* ist hervorzuheben als ein Theorie-Überbau, der die allgemeine Vorstellung eines strukturierten Raumes durch stärkere und schwächere Axiome variiert, um die damit möglichen Aussagen zu erkunden, die dann in konkreten Räumen sogleich anwendbar werden.
Die *Mengentheorie* von Georg Cantor bietet im übrigen so etwas wie eine allgemeine, zuerst in der Topologie und heute in allen mathematischen Theorien verwendete Sprechweise, in der sich Axiome und Aussagen bequem formulieren lassen. Erstmals konnte man darin auch genauer über die „Unendlichkeit" reden. Davor hatte Gauß gewarnt, doch Cantor schlug das in den Wind. Wenn wir Cantor folgen, müssen wir nur die Existenz von unendlich vielen Stufen des Unendlichen schlucken: zwischen 0 und 1 gibt es z.B. mehr reelle Zahlen (unendliche Dezimalbrüche), als man mit den natürlichen Zahlen abzählen könnte, aber genauso viele wie zwischen 0 und 2 oder zwischen 0 und 3 usw. Ferner ist z.B. die Menge der natürlichen Zahlen { 1, 2, 3, … } genauso „groß" (man sagt aber „mächtig") wie die ihrer Quadratzahlen { 1, 4, 9, … }. Und dergleichen noch viel mehr. Der Nützlichkeit der Mathematik schadet das wenig, hängt doch vieles, z.B. unser dreidimensionaler Raum, sehr eng mit reellen Zahlen zusammen.
Zahlentheorie gab es ansonsten schon lange vor Peano. Euklid fand schon einiges über Primzahlen heraus, und Fibonacci im Mittelalter entdeckte die nach ihm benannte, sehr nützliche Zahlenfolge, um nur zwei bekannte Beispiele zu nennen.

Wie erkennt man, ob Axiome richtig sind?

Immanuel Kant hat noch gedacht, die Mathematik sei gegründet auf zweifelsfreie, unverrückbare Wahrheiten, unabhängig von der Erfahrung, die er „Synthetische Urteile a priori" nannte. Das würde heute niemand mehr unterschreiben! Die Vorstellung absoluter Wahrheiten hat im heutigen Wissenschaftsverständnis keinen Platz mehr.
Der Philosoph Karl Popper lehrte: Eine Wissenschaft kann nichts definitiv beweisen, sie kann nur evtl. feststellen, ob eine Aussage falsch ist - indem z.B. ein Gegenbeispiel gefunden wird oder ein logischer Fehler. Dann ist die Aussage aufzugeben oder zu modifizieren. Ansonsten kann und soll man zwar Belege sammeln, die eine Hypothese stützen, aber noch so viele Belege einer empirischen Wissenschaft ergeben keinen Beweis. Aussagen, die man grundsätzlich auf keine Weise als falsch überführen könnte, sind nicht wissenschaftlich, sondern spekulativ. Die alte Hypothese „Es gibt kein Wasser mehr auf dem Mars" wurde als falsch überführt, indem man welches fand. Ein Satz wie „Immaterielle Wesen sind unsterblich" ist spekulativ: man kann ihn nicht „falsifizieren", denn wo und wie könnte man ansetzen?
Die Mathematik ist aus dieser Sicht ein Sonderfall. Sie *kann* für ihre Sätze hieb- und stichfeste Beweise erbringen! Jedoch um den Preis, ein paar Aussagen als Grundlage annehmen zu müssen, die man nicht zu beweisen versucht - eben die besagten „Glaubenssätze", die Axiome. Nur gelten die nicht als felsenfeste, absolute Wahrheiten, sondern dienen als Basis für praktisch brauchbare Aussagen.

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wuchs noch die Überzeugung, man habe nun die richtigen Axiome gefunden und die Logik sei gefestigt. Die Erfolge der Axiomatik verleiteten David Hilbert und Bertrand Russell zu der Überzeugung, alles in der Mathematik sei logisch einwandfrei begründbar, jede Aussage könne man beweisen oder widerlegen, und sie machten sich ans Werk, jeder auf seine Weise. Russell selbst stieß dabei schon früh auf Widersprüche, die er dann zu umschiffen versuchte, z.B. das „Barbier-Paradoxon". Hilbert legte im Jahr 1900 eine Sammlung offener Fragen vor, die er allesamt für lösbar hielt. Einige sind noch immer offen, aber sein Optimismus wurde ohnehin bald zunichte gemacht…
Denn wie eine eiskalte Dusche wirkte 1931 eine Erkenntnis von Kurt Gödel: Bemühungen um eine vollständige und logisch einwandfreie Axiomatisierung der gesamten Mathematik müssen scheitern, egal wie man's macht. Gödel bewies: In jeder axiomatischen Theorie, die wenigstens das schlichte Rechnen (die Arithmetik) enthält, gibt es wahre Aussagen, die man innerhalb der Theorie weder beweisen noch widerlegen kann. Mit anderen Worten, Wahrheit ist „mehr" als Beweisbarkeit. Noch bedenklicher: Auch ihre Widerspruchsfreiheit kann in einer Theorie, sogar in der Arithmetik und in der Mengenlehre, nicht aus ihren Axiomen abgeleitet werden.
Anwender können sich folglich nur auf eine Position des Pragmatismus zurückziehen, was sie immer schon tun: Richtig ist, was Erfolg hat.

Algorithmik und Analysis
sind tragende Pfeiler des wachsenden Theoriengebäudes. Man spricht heute meistens von *diskreter* und *kontinuierlicher* Mathematik, weil es um endliche und abzählbare bzw. um überabzählbare Mengen geht, um natürliche bzw. reelle und komplexe Zahlen. Auf diese Pfeiler stützen sich die Theorien, von der Algebra und Geometrie bis zur Zahlentheorie und von der Funktionalanalysis bis zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Während diskrete Mathematik mit soliden, ganzen Zahlen umgeht, stehen bei der kontinuierlichen die reellen Zahlen im Mittelpunkt, an die man sich beliebig genau annähern kann, ohne aber jede einzelne absolut präzise fassen und aufschreiben zu können, wie z.B. π oder $\sqrt{2}$.

3. Algorithmik

$$\mathbb{N}$$

> $\mathbb{N}$ ist das Symbol für die Menge der natürlichen Zahlen: { 0,1,2,3,4,... }
> Davon gibt es unendlich viele, aber man kann sie immerhin zählen (ohne freilich je an ein Ende zu kommen).
> Am wichtigsten ist $\mathbb{N}$ für die Rechenverfahren, die man programmieren und im Computer ausführen kann, die sog. Algorithmen. Die müssen in einer begrenzten Zahl von Schritten zu einem Ergebnis kommen, sonst sind sie nutzlos. Die Zahl der Schritte ist aber grundsätzlich nach oben offen, eine größte kann man nicht angeben.
> Die Menge $\mathbb{N}$ ist das Spielfeld und das Untersuchungsobjekt vieler Theorien, die man zusammen als „Diskrete Mathematik" bezeichnet. Manche davon befassen sich nur mit endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$.

Algorithmen kennt man seit dem Altertum. Jedes Schulkind lernt schon welche beim „schriftlichen Rechnen". Die schlichte Idee der „Schritt-für-Schritt-Rechenvorschrift" liegt aber auch jedem Computerprogramm zugrunde und gehört zu den wichtigsten mathematischen Konzepten; wirtschaftlich gesehen ist es wohl das bedeutendste: zu den wertvollsten Firmen weltweit gehören Softwareunternehmen.

Alan Turing erfand 1936 die später nach ihm benannte „Universelle Turingmaschine", praktisch die Verkörperung des Konzepts Algorithmus in einem mechanisch arbeitenden Gerät (das als solches nie gebaut, nur theoretisch untersucht wurde). Auch die heutigen Rechner sind im Prinzip nicht mächtiger als jenes simple Konzept; genau genommen sogar weniger mächtig, weil der Speicher stets endlich ist. Turing baute diese Maschine nicht wirklich, sondern ergründete mit strenger Logik, was sie (oder ein Computer!) grundsätzlich alles leisten kann und was nicht. Wie sich zeigte, ist nicht jede mathematische Funktion ganz genau berechenbar, und es ist logisch unentscheidbar, ob ein Algorithmus bei Bearbeitung jedes gegebenen Problems in endlicher Zeit zu einem Ergebnis kommen wird (das sog. „Halteproblem"). Unverrückbare Grenzen also auch hier…

4. Analysis

ℝ

> ℝ ist das Symbol für die Menge der reellen Zahlen. ℕ ist eine Teilmenge, aber auch alle Brüche und alle „irrationalen“ Zahlen (nichtperiodische Dezimalzahlen) gehören dazu, wie z.B.
> √2=1,4142135623… , π=3,1415926535…, e=2.7182818284…
> Die Existenz von irrationalen Zahlen ist seit etwa 500 v.Chr. bekannt.

Die rellen Zahlen kann man nicht zählen, fand Georg Cantor heraus, d.h. davon gibt es noch „viel mehr“ als in ℕ. Zwischen 0 und 1, ja sogar in jeder noch so kleinen Umgebung der 0 gibt es z.B. noch genauso viele davon wie in der gesamten Menge! Eine irrationale Zahl kann man nicht als Bruch oder periodische Dezimalzahl hinschreiben. Für die Zahl π werden immer neue Rekorde aufgestellt: 2011 wurden schon 10^{13} = 10 Billionen Stellen errechnet.

Die *Analysis* wurde erst durch Newton und Leibniz zu einem eigenständigen Bereich, wenn auch ihre Grundidee, die reelle Zahl, schon viel länger im Raum stand.
Ein wichtiges Untersuchungsobjekt ist hierbei der Funktionsbegriff: Eine Funktion ist eine Formel, mit der die Abhängigkeit eines Wertes von einem anderen beschrieben wird, z.B. die Abhängigkeit der Position eines Objekts im Raum von der Zeit.
Am interessantesten, in der *Topologie* dann ganz allgemein untersucht, sind die stetigen Funktionen (die keine Sprünge machen) und darunter besonders die differenzierbaren (die ganz glatten, knickfreien Kurven). Naturvorgänge lassen sich meistens gut mit solchen Funktionen beschreiben und sind damit zumindest näherungsweise berechenbar. Grundlage hierzu ist der Begriff des „Unendlichen“. Leibniz hantierte noch mit „unendlich kleinen Größen“ („Infinitesimalrechnung“). Cauchy, Dedekind und andere fanden später Wege zu einem klar definierten Arbeiten mit Grenzwerten bzw. Limites.

5. Komplexität

∞∗∞

Mit ℕ und ℝ hat man zwei Stufen des Unendlichen. Als ob das nicht genügte, gibt es noch unendlich viel mehr Stufen.

Der Mensch ist das Wesen, das seine hochkomplizierte Welt besser zu verstehen sucht, um leichter damit umgehen zu können. Und so kann dabei die Mathematik helfen: Mathematische Sätze gelten immer auf der Grundlage von Logik und Axiomatik und liefern in diesem Rahmen sichere Aussagen. Diese machen Zusammenhänge verständlich oder beantworten wichtige Fragen, und darauf kann man sich dann verlassen. Z.B. ist es gut und praktisch zu wissen und lange bekannt: der Winkel im Halbkreis ist immer ein rechter (Thales), oder: es gibt unendlich viele Primzahlen (Euklid).
Jeder Satz, mit dem man arbeiten will, braucht zuerst einen logisch korrekten Beweis, und der ist manchmal leicht, öfter aber schwer bis kaum möglich zu finden:

- Manchmal ist der Beweis eines nicht schwierig aussehenden Satzes überraschend umfangreich, die Anwendung dagegen nicht, z.B. beim sog. Vierfarbensatz, den man nur mit Computerhilfe beweisen konnte.

- Zuweilen findet man zwar einen Beweis, aber im konkreten Fall hilft das wenig, z.B. beim Fundamentalsatz der Algebra von Gauß und d'Alembert: laut diesem haben bestimmte Gleichungen stets Lösungen - leichter wird das Suchen danach mit diesem Wissen aber noch nicht.

- Doch in manchen Fällen hat man noch immer weder Beweis noch Gegenbeweis, so z.B. seit 154 Jahren für die „Riemannsche Vermutung" über die Nullstellen der Zetafunktion (Hilberts Problem Nr. 8). Für die Lösung ist 1 Million Dollar ausgesetzt.

- Einige Probleme sind erwiesenermaßen unlösbar, z.B. die Quadratur des Kreises mit Zirkel und Lineal. Weiteres Suchen kann man sich dann sparen und sich gleich um gute Näherungslösungen bemühen.

Ein erfüllter Wunsch bringt aber neue hervor, und so setzt man unermüdlich neue Etagen auf den Turm des angesammelten Wissens. Damit kommt mehr Komplexität in die Welt: je höher man baut, umso mehr Voraussetzungen sind zu beachten, um die Stabilität zu sichern.

Wie kann man mit der Komplexität umgehen?

Zum Bewältigen von Komplexität gibt es mehrere, sich ergänzende Strategien.

- Zunächst einmal ist die **Abstraktion**, wie sie unter der *Axiomatik* beschrieben wurde, ein mächtiges Mittel, um Übersichtlichkeit zu schaffen: Was etwa die Topologie über bestimmte Raumtypen sagen kann, braucht man nicht für die rationalen, reellen und komplexen Zahlen und die darauf basierenden Räume getrennt jeweils speziell zu formulieren. Darum versucht man, ein Problem erst einmal so allgemein wie möglich zu fassen, um dann eine allgemeine Lösung auf möglichst viele Spezialfälle übertragen zu können, statt alle einzeln zu behandeln.
- **Hierarchisierung**: Manchmal gibt es mehrere Ebenen übereinander, die man einzeln betrachten kann. Dies unterstützt die heutige „objektorientierte" Programmierung. Aber schon Dedekind hatte davon eine Vorstellung, indem er z.B. Aussagen über Zahlen als Bausteine größerer Theorien sah und den menschlichen Verstand als ein Stufengebilde.
- **Optimierung**: Die Komplexität der Strukturen ist immer zuerst eine Herausforderung für diejenigen, die mit Algorithmen arbeiten wollen. Es steht aber schon ein großes, ständig wachsendes Arsenal bereit, aus dem man sich freizügig bedienen kann. Oft gibt es viele Algorithmen zur Lösung einer Aufgabe, und besonders schwierig kann es dann sein, den schnellsten zu finden, der vielleicht als einziger in vertretbarer Zeit ein Resultat liefert.
- Die theoretische Informatik hat ein Teilgebiet namens „**Komplexitätstheorie**", in dem versucht wird, Probleme nach dem Grad ihrer Schwierigkeit zu unterscheiden, um sagen zu können, welche Aufgaben grundsätzlich einer eleganten und schnellen Lösung zugänglich sind und welche eben nicht.
- Die **praktische Ausführung** überläßt man heute so gut wie immer einer Software, besonders wegen des Umfangs der Datenmengen in den Anwendungen und des Zeitbedarfs der Algorithmen (anders als algorithmisch können Computer nicht arbeiten, wie schon bemerkt).
- Eine Software kann nicht unendlich viele Schritte tun. In nichtdiskreten Problemen kommt man daher nur zu **Näherungslösungen**. Wo 100% Genauigkeit nicht möglich ist, das war schon Gauß klar, da gilt es den Fehler abzuschätzen, die wahrscheinliche Abweichung vom wirklichen Wert, an den man nicht herankommt. Solche Abweichungen folgen oft einer statistischen Verteilung, und zwar der sog. „Gaußschen Normalverteilung" oder „Glockenkurve", die unser großer Landsmann um 1809 bei der Untersuchung der Planetenbewegungen gefunden und verwendet hatte. Gauß war mit dieser Kurve und ihrer Formel auf dem Zehnmarkschein abgebildet (bevor der Euro kam). Eine verdiente Würdigung, und sogar der Tausender wäre angemessen gewesen, auf welchem aber ein anderes Kulturdenkmal gefeiert wurde: Grimms Märchen.
- **Höchstleistungen der Gegenwart**: Experimente zum besseren Verständnis der Welt werden immer aufwendiger. Enorme Rechenleistung ist z.B. nötig für gute mehrtägige Wetterprognosen. Und zur Entdeckung und Untersuchung kleinster Teilchen braucht man am CERN in Genf Rechnernetze zur Verarbeitung größter Datenmengen. Es wird enormer Aufwand für die erforderliche Genauigkeit getrieben, und auch dabei kommt Gaußens Kurve zum Einsatz, um Restfehler abzuschätzen.
- **Grenzen der Technik**: Für Aufgaben mit hohem Speicherbedarf und zeitaufwendigen Programmen wird die Leistungsfähigkeit der Rechentechnik immer weiter erhöht. Am Ende steht der noch utopische „Quantencomputer", der die Rechenleistung ein letztes Mal entscheidend erhöhen könnte. Weitere Steigerungen wären aus physikalischen Gründen ausgeschlossen.

6. Anwendungen – Wo Mathematik auf Wirklichkeit trifft

Eine Trennung in *Reine* und *Angewandte Mathematik* erscheint künstlich: Mathematik entstand aus Zählen und Rechnen, also mitten aus dem Leben, und sie wurde immer neu herausgefordert durch die Suche des Alltagsverstands nach handhabbaren Lösungen konkreter Aufgaben.

Bei vielen Anwendungen der Mathematik sollen letztlich Zahlen als Ergebnisse herauskommen. Dazu konstruiert man ein *mathematisches Modell* der Wirklichkeit mit den jeweils wichtigsten Aspekten. Der Modellbau hat die Aufgabe, im Chaos der Welt Strukturen zu erkennen und diese in Formeln einzufangen; hier sind deshalb Kreativität und Scharfsinn gefragt. So ist mit der Zeit die gesamte Physik zu einem riesigen Modellgebäude geworden. Solche Modelle *sind* nicht die Wirklichkeit, sie können Fehler haben, es könnte bessere geben und immer sind sie unvollständig. Auch bei dem sehr erfolgreichen Standardmodell der Elementarteilchen bestehen noch Zweifel, auch die Erkundung des Universums stellt fast jede Woche neue Fragen.

Fertige Lösungen

Ein Modell läuft, soll es Zahlen liefern, immer auf ein Verfahren hinaus, mit dem aus gegebenen Anfangswerten und Randbedingungen der Ablauf oder das Ergebnis eines realen Vorgangs hinreichend verläßlich vorauszuberechnen ist.
Stets beruht so ein Verfahren auf Algorithmik. Algorithmische Verfahren sind wie Automaten, aus denen brauchbare Zahlen herauskommen, auch wenn außer dem Erbauer des Automaten kaum einer seine Konstruktion und Arbeitsweise versteht.

Aus den gesammelten Verfahren sind schon mächtige Softwarepakete entstanden, wie z.B. Maple, MathCad, Mathematica, MATLAB und WolframAlpha (Internetdienst für Rechenaufgaben aller Art), um nur fünf von vielen zu nennen. Diese nehmen dem Nutzer sehr viel Arbeit und Lernaufwand ab: er braucht sich mit Algorithmen für numerische Methoden gar nicht selber zu beschäftigen. Drinnen stecken aber die vereinigten Ideen und Ergebnisse zahlloser Mathematiker aller Zeiten. Beispielsweise braucht dank Software kein Anwender die Gaußsche Normalverteilung genau zu verstehen, um sie per Knopfdruck zu nutzen. (Meistens ist es aber doch gut, etwas mehr darüber zu wissen.)

Neue Wissenschaften auf mathematischer Basis

Sowie mathematische Methoden immer vielseitiger wurden und immer leichter anzuwenden, seit etwa der Mitte des 20. Jahrhunderts, sind neben den „alten“ Wissenschaften viele neue trans- und interdisziplinäre Gebiete entstanden: Kybernetik, Allgemeine Systemtheorie, Chaostheorie, Synergetik, Selbstorganisation, Fraktaltheorie, Netzwerktheorie u.v.m. Man spricht dabei von „Strukturwissenschaften“, die mit verallgemeinernden, axiomatisierenden Ansätzen eindeutig an der Mathematik orientiert sind und deren Ergebnisse verwerten, wo immer es geht, um Strukturen der Wirklichkeit abzubilden. Auch hier hat man es selbstverständlich stets mit abstrahierenden Bildern zu tun, die sich auf einige wichtige Aspekte mathematisch konzentrieren.

Gibt es grundsätzliche Grenzen?

Die Komplexität von Anwendungen ist „nach oben offen". Sie wird schnell größer und schwerer beherrschbar, indem Anzahl und Vielfalt der beteiligten Objekte, Menschen, Subsysteme und Systeme zunehmen, und sobald Anfangsbedingungen und Randwerte des Geschehens immer weniger überschaubar werden. Brauchbare Modelle mit Aussagekraft etwa für Sozial- und Wirtschaftssysteme sind denn auch äußerst schwierig zu finden und oft zu grob, um belastbare Aussagen oder gar Voraussagen zu erhalten. Hilfreich sind immerhin in weiten Bereichen die relativ neuen Mittel der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, entstanden aus mathematischen Überlegungen zu den Glücksspielen und axiomatisiert durch Andrej N. Kolmogorow. Drauf beruhen z.B. Hochrechnungen bei Wahlen.

Liegt ein Problem der Analysis zugrunde, das mit einer Differential- oder Integralgleichung zu lösen ist, so wird nicht etwa diese nicht unbedingt abstrakt gelöst (d.h. eine Funktion wird differenziert oder integriert), sondern ein passender Algorithmus wird auf die Arbeit angesetzt, der in endlich vielen Schritten eine Näherungslösung ausrechnet, eine sog. Approximation, die in der Regel gut genug ist für den Zweck.

Die Quantentheorie hat nebenbei klargemacht: Man kann sich ohnehin einem Punkt in der Raumzeit physikalisch nicht beliebig genau nähern, weil Messungen ohne Ungenauigkeit prinzipiell nicht möglich sind. Und wenn Raum und Zeit quantisiert sind, dann besteht die Welt aus zwar enorm vielen, aber diskreten, abzählbaren elementaren Einheiten, vielleicht sogar endlich vielen, jedenfalls im real überschaubaren Raum.
Wir bewegen uns in aller Praxis, und so wird es bleiben, stets im Endlichen - die Analysis bleibt eine zwar überaus nützliche, sogar unentbehrliche, aber letztlich idealisierende Theorie und die reellen Zahlen im Grunde irreal. Die Bewegung der Intuitionisten und Konstruktivisten zu Hilberts Zeit wollte in der Tat nur gelten lassen, was in endlich vielen Schritten zu bewältigen ist. Diese Auffassung setzte sich nicht durch.

Quantentheorie und Relativitätstheorie scheinen auch Grenzen des menschlichen Vorstellungsvermögens aufzuzeigen. Die Theorien machen Aussagen, die der Intuition widersprechen. Mathematisch sind sie einwandfrei fundiert und experimentell vielfach belegt. Hier zeigt sich, daß sich der Mensch mit Hilfe der Mathematik über sein Alltagsverständnis hinwegsetzen kann.

Albert Einstein (befreundet mit Kurt Gödel) hat jedoch über die Mathematik einmal gemeint:
„Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit."
So pauschal wird dies heute wohl kein Mathematiker und kein Physiker mehr sehen. Es gibt sogar die radikal entgegengesetzte Ansicht, begründet aus der Quantentheorie heraus: „Wirklichkeit und Information sind dasselbe" (in: Anton Zeilinger: Einsteins Schleier, 2003), wobei „Information" letztlich digital und damit mathematisch verstanden wird.

7. Wie geht es weiter?

„Endlich viele Schritte“ und „in endlicher Zeit“, mehr erlaubt die Wirklichkeit nicht, aber das sind immerhin sehr dehnbare Begriffe! Eine Milliarde Rechenschritte sind zwar endlich viele, nur wären sie mit manuellen oder mechanischen Methoden nicht in angemessener Zeit durchführbar. Heutige Computer können ein paar Billionen Schritte noch in überschaubarer Zeit erledigen, in Milliarden Datensätzen sekundenschnell etwas finden, Millionen Fakten miteinander kombinieren. Das praktisch nutzbare, schnell und leicht als Software verfügbare mathematische Instrumentarium ist deshalb heute sehr viel größer und mächtiger als jemals zuvor und wächst weiter. Algorithmen, die früher nur von theoretischem Interesse sein konnten, werden nutzbringend anwendbar. Und Theorien gewinnen damit praktischen Wert, die ehemals „brotlose Kunst“ waren. Somit haben Computer das Potential der Mathematik immens vergrößert. Als „Intelligenzverstärker“ kommen sie in immer mehr Bereichen zum Einsatz.
Zentral in der heutigen sog. „Künstlichen Intelligenz“ ist immer noch das allgemeine Problem der „Mustererkennung“, praktisch ist dies das Extrahieren von Information aus der Realität.
Inzwischen helfen Computer aber sogar bei mathematischen Kerntätigkeiten: beim Beweisen von Theoremen und Auffinden von Lösungen, z.B. Konstruieren und Optimieren von Algorithmen. Die

Computer *helfen*, wohlgemerkt, sie machen nicht selber die Erfindungen, denn sie haben keine eigenen Ideen und Erkenntnisse. Indessen: Die Hypothese, das Gehirn selbst arbeite algorithmisch, mag sehr umstritten sein, aber widerlegen konnte sie noch niemand. Die größte Überraschung war in dem Zusammenhang die Entdeckung einer Schrift mit 22 Symbolen, mit der in jeder Zelle der gesamte Bau eines jeden Organismus codiert ist - einschließlich des Gehirns. Das Leben, hat Konrad Lorenz einmal bemerkt, ist ein Erkenntnisprozeß. Die Erkenntnis liegt in der DNA praktisch digital aufgezeichnet vor und wird so weitergereicht und in der Evolution selektiv weiterentwickelt. Die Erzeugung der hochkomplexen Proteine als der Grundsubstanzen alles Lebendigen wurde damit in die Nähe algorithmischer Verfahren gerückt. Von da zur mathematisch fundierten Beschreibung der Arbeitsweise des Gehirns führt noch kein überschaubarer Weg, aber die Möglichkeit wird nicht rundweg bezweifelt. Und würde jemand entscheidende Fortschritte im Verständnis seiner Arbeitsweise machen, könnten sich Chancen zur technischen Nachbildung in Gestalt umfangreicher, komplexer Algorithmen auftun. Zweifel kommen auf, weil die Hypothese der DNA als eines kompletten Bauplans - schon 1948 von dem Physiker Erwin Schrödinger vertreten - heute in der Molekularbiologie für zu einfach gehalten wird. Kein Organ ist wohl, nimmt man heute an, in den Genen 1:1 abgebildet.
Ausgemacht scheint andererseits auch noch nicht, ob womöglich die Komplexität der Gehirnfunktion alles übersteigt, was das Gehirn selbst mit noch so viel Mathematik jemals fassen könnte. Es *kann*, so zeigt sich aber immer wieder, Maschinen schaffen, die zumindest einige seiner eigenen Grenzen überwinden: seine Rechenfähigkeit, sein Erinnerungs- und Speichervermögen, seine Geschwindigkeit und seine Ausdauer, letztlich auch seine Lebenszeit.
Was aber der Fortgang solcher Forschungen für die Erweiterung des Potentials der Mathematik bedeuten könnte, kann noch niemand sagen. Vielleicht hatte Leibniz doch schon eine treffende Vision, als er um 1680 die Algorithmik als Mittel für jede rationale Welterklärung sah, nicht nur in der Mathematik: „Es wird dann beim Auftreten von Streitfragen für zwei Philosophen nicht mehr Aufwand an wissenschaftlichem Gespräch erforderlich sein als für zwei Rechnerfachleute. Es wird genügen, Schreibzeug zur Hand zu nehmen, sich vor das Rechengerät zu setzen und zueinander (wenn es gefällt, in freundschaftlichem Ton) zu sagen: Laßt uns rechnen.“ (De scientia universali seu calculo philosophico, um 1680.)

Nachwort : Was also *soll* die Mathematik?

Der Titel der Ausstellung verallgemeinert Richard Dedekinds berühmte Frage „Was sind und was sollen die Zahlen?“ (Digitalisiertes Original: http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00024927)

Darin stecken *zwei* Fragen: die nach der Existenz und die nach dem Sinn. Die Zahlen *sind* in seiner Auffassung reine Gebilde des Denkens, nicht Objekte der Wirklichkeit: es gibt z.B. keinen Gegenstand, der die Zwei verkörpert und sonst nichts. Die Zahlen *sollen* aber das *Verstehen* der Wirklichkeit erleichtern, und zwar indem sie eine gesicherte Basis schaffen für ein leichteres *Reden* über die Wirklichkeit. Dazu Dedekind im Vorwort: "… unsere Vorstellungen von Raum und Zeit genau zu untersuchen, indem wir dieselben auf dieses in unserem Geiste geschaffene Zahlen-Reich beziehen." Damit ist auch zu unserer allgemeineren Frage schon viel gesagt, weil Mathematik mit Zahlen beginnt.

Was für ein Denkgebäude die Mathematik *ist*, dazu versucht die Ausstellung in ihrer Gliederung, einige wichtige Aspekte herauszuheben. (David Hilbert definierte pauschal und knapp: Die Wissenschaft von den formalen Strukturen.)
Was die Mathematik *soll*, wird im Untertitel angedeutet: Sie soll präzises Betrachten und widerspruchsfreies Argumentieren, seit je das Bemühen der Philosophie, in den Alltag hineintragen, in die Vielfalt der praktischen Aufgaben, vor die sich Menschen gestellt finden.
Grundsätzlich handhabt die Mathematik nicht die Dinge selbst und ihr Funktionieren in der Welt, von Sinnfragen ganz zu schweigen, sondern sie operiert mit Abbildungen, mit abstrakten Denkmodellen von Teilen der Welt, von Raum und Zeit, Materie und Energie. (Dazu schon Dedekind: "… ein Ding durch ein Ding abzubilden, ohne welche Fähigkeit überhaupt kein Denken möglich ist.")
Jede Abbildung *ist* etwas ganz anderes als der abgebildete Gegenstand, sie ist nur in bestimmter Weise diesem ähnlich. Ganz plakativ könnte man somit sagen: Mathematik soll Welt simulieren.
(lat. similis und engl. similar = ähnlich, lat. simulacrum = Abbild.)
Es kann freilich immer nur um Teilbereiche gehen, um Aspekte in begrenzten Gegenstandsbereichen oder „Sinnfeldern“ wie es die Richtung des Neuen Realismus nennt (s. dazu Markus Gabriel: „Warum es die Welt nicht gibt“). Stets bleibt zu prüfen, ob und wie genau die Folgerungen aus mathematischen Lehrsätzen, zurückgespiegelt ins betrachtete Sinnfeld, dann zutreffen, wie gut also Abbild und Original kongruent sind. Newtons mathematische Mechanik paßt gut zur Welt, Einsteins Theorie aber besser.

Die heutigen Computersysteme machen Algorithmen ausführbar, die mit umfangreichem Wissen über die Welt operieren. Das Wissen ist dabei allerdings seinerseits abstrakt abgebildet - simuliert - in Datenbanken. Man spricht deshalb auch von "Virtueller Realität". Schon länger gibt es den Begriff des "Expertensystems" für Softwarepakete, die aufbereitetes Expertenwissen den Nichtexperten nutzbar machen. Spielprogramme simulieren Weltgeschehen immer genauer. Jedem geläufig ist das Konzept Simulation auch schon in Gestalt der Navigationscomputer im Auto. Darin steckt hochkomprimiertes Wissen und geballte Mathematik. Noch ein Beispiel: Jeder Mathematiker kennt und nutzt TeX, das Satzsystem für mathematische Texte. Dieses arbeitet mit dem umfangreichen Wissen der Typographie und insbesondere des Formelsatzes. Komplexe Algorithmen wenden dieses formalisierte Wissen an, um geeignet codierten Text, also formal abgebildete Aussagen, in eine gewünschte Struktur zu transformieren. Jedes einzelne Zeichen wird dabei berechnet, nicht als fertiges Bild kopiert. Damit wird die Simulation ausnahmsweise mächtiger als die Realität.

Dieses Simulieren von Wissen in Datenstrukturen, das Erkennen von Mustern (formalen Strukturen) in der Wirklichkeit, mit dem Ziel effektiver Verwendbarkeit in Algorithmen, ist vielleicht die wichtigste und umfangreichste Disziplin innerhalb der Informatik und die Basis für „künstliche Intelligenz“, d.h. simulierte natürliche Intelligenz.

Die Welt ist nach Heidegger der „Bereich aller Bereiche“. Diese Definition führt auf dasselbe Glatteis wie Cantors „Menge aller Mengen“. (Diese müßte ihre eigene "Potenzmenge" umfassen, aber eine Potenzmenge ist stets mächtiger als ihre Grundmenge; diese müßte somit umfangreicher sein als sie ist - ein Paradoxon.) So gesehen, gibt es "Die Welt" in der Tat nicht. Aber die Welt, wie auch immer man sie definiere, vollständig und widerspruchsfrei erklären, Sinn bestimmen und Ziele setzen, das könnte die Mathematik ohnehin nicht. Ihr Sinn und Endziel kann nur sein, eine Sprache zu werden, in der man alles, was formal gesagt werden kann, klar sagen kann (Wittgenstein), in der man aber nicht, wie man es vor 100 Jahren noch hoffte, alles beweisen kann, was wahr ist.

Einige bedeutende Persönlichkeiten und ihre Beiträge zur Mathematik

Die Ausstellung zeigt eine Auswahl bekannter und wichtiger Werke.

ALTERTUM

Thales von Milet

* um 624 v. Chr. in Milet, Kleinasien

† um 546 v. Chr.

Sucht nach rationalen Erklärungen statt Mythologien.

Erste Ansätze von Axiomatik: Beweise aufgrund von Definitionen.

Aristoteles

* 384 v. Chr. in Stageira

† 322 v. Chr. in Chalkis

Ordnet das damalige Wissen über die Welt, aber Mischung aus Fakten und Spekulationen.

Erkennt und beschreibt die Gesetze des logischen Denkens (Syllogistik).

Euklid von Alexandria

* ca. 365 v. Chr. vermutlich in Alexandria oder Athen

† ca. 300 v. Chr.

Axiomatische Begründung der Geometrie; Algorithmische Lösungen von Aufgaben.

Findet: Es gibt unendlich viele Primzahlen.

Archimedes von Syrakus

* ca. 287 v. Chr. vermutlich in Syrakus auf Sizilien

† 212 v. Chr. In Syrakus

Kreisberechnung, Annäherung an die irrationale Zahl π. Ansätze zu einer Potenzschreibweise: In der sog. "Sand-Rechnung") greift er die heliozentrische Sicht des Aristarch von Samos auf, und schätzt ab, wieviele Sandkörner das Universum ausfüllen könnten.

Pythagoras (ca. 570-495 v.Chr.) , **Aristarch von Samos** (310-230 v.Chr.) und **Eratosthenes** (um 240 v.Chr.) sind bekannt für Trigonometrie-Anwendungen, z.B. zur Berechnung des Erdumfangs.

MITTELALTER

Al-Chwarizmi

* um 780

† zwischen 835 und 850

Algebra; Arabisches Ziffernsystem mit Null (übernommen aus Indien)

Leonardo Fibonacci

* um 1180

† nach 1241

Bedeutende Beiträge zur Zahlentheorie und Geometrie.

NEUZEIT

Isaac Newton
* 4. Januar 1643 in Woolsthorpe-by-Colsterworth, Lincolnshire
† 31. März 1727 in Kensington
Mathematische Ableitung der Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung.

> Newton und Leibniz entwickeln unabhängig voneinander die Analysis als kontrollierten Umgang mit dem unendlich Kleinen („Infinitesimalrechnung“)

Gottfried Wilhelm Leibniz
* 1. Juli 1646 in Leipzig
† 14. November 1716 in Hannover
Entwurf mechanischer Rechengeräte, Dualsystem.
Er hat die Vision einer „characteristica universalis“, einer symbolischen Schrift oder Sprache, die alles klar und genau formulieren kann und damit die Grundlage bieten für die Konstruktion von Rechengeräten. Eine Art „allgemeine Algebra“ sollte sogar das Endziel sein, die alle Wahrheiten der Vernunft beschreiben könnte.
Übersicht dazu: http://en.wikipedia.org/wiki/Characteristica_universalis

Leonhard Euler
* 15. April 1707 in Basel
† 18. September 1783 in Sankt Petersburg
Viele innovative Beiträge, u.a. Grundlagen der Differentialgleichungen.
Anstoß zur Entwicklung der Topologie mit dem Königsberger 7-Brücken-Problem.
Entwickelt symbolische Schreibweise mathematischer Formeln und Aussagen.
Findet die irrationale Zahl $e = 2{,}7182818284590452\ldots$

Carl Friedrich Gauß
* 30. April 1777 in Braunschweig
† 23. Februar 1855 in Göttingen
Entwickelt eine Vielzahl von mathematischen Algorithmen; beweist Fundamentalsatz der Algebra; untersucht z.B. als 15jähriger die Verteilung der Primzahlen; erkennt Nützlichkeit der komplexen Zahlen, ist aber strikt gegen mathematischen Umgang mit dem Unendlichen. Seine „Glockenkurve“ (statistische Normalverteilung) bleibt eines der nützlichsten Werkzeuge in der Anwendung mathematischer Methoden. (Link zu der Arbeit von Gauß: http://books.google.de/books?id=KU4OAAAAQAAJ)

Augustin-Louis Cauchy
* 21. August 1789 in Paris
† 23. Mai 1857 in Sceaux
Formale Begründung und Weiterentwicklung der Analysis: konvergierende Folgen als Grundkonzept.

Charles Babbage
* 26. Dezember 1791 in Walworth, Surrey
† 18. Oktober 1871 in London)

Ada Lovelace
* 10. Dezember 1815 in London
† 27. November 1852 in London

Konzeption eines universellen, programmierbaren, mechanisch arbeitenden Rechengeräts, der "Analytical Engine". Lovelace gilt als "erste Programmiererin der Welt" - noch bevor es Programmierer gab. Im heute üblichen Sinne ist dies wohl nicht zu verstehen, das Talent dazu scheint sie jedoch gehabt zu haben.

Bernhard Riemann
* 17. September 1826 in Breselenz b. Dannenberg
† 20. Juli 1866 in Selasca, It.
Begründung der allgemeinen Theorie der nichteuklidischen Geometrien in höheren Dimensionen (Riemannsche Mannigfaltigkeiten), die wichtig wurde für die Allgemeine Relativitätstheorie. Arbeiten zur Primzahlverteilung, darunter die berühmte, noch immer unbewiesene Riemannsche Vermutung.

Richard Dedekind
* 6. Oktober 1831 in Braunschweig
† 12. Februar 1916 in Braunschweig
Formuliert als erster (umgangssprachlich) die Axiome für die natürlichen Zahlen, die Peano dann abstrakt darstellt. Axiomatische Begründung der reellen Zahlen als Schnitte der Zahlengeraden. Viele Beiträge zur abstrakten Algebra. Fruchtbare Zusammenarbeit mit Georg Cantor. Sonderausstellung der UB Braunschweig 2006 zum 175. Geburtstag: http://www.biblio.tu-bs.de/ausstellungen/dedekind/

Georg Cantor
* 3. März 1845 in Sankt Petersburg
† 6. Januar 1918 in Halle (Saale)
Begründet die axiomatisierte Mengenlehre als universale Sprache der Mathematik; untersucht im Austausch mit Dedekind mengentheoretisch Fragen der Unendlichkeit: es gibt mehr als ein „unendlich“! Die Mengentheorie wurde später bis 1929 von Adolf Abraham Fränkel, Ernst Zermelo und Thoralf Skolem in die heute meistgebräuchliche Form gebracht. Nach Kurt Gödel ist ihre Widerspruchsfreiheit jedoch nicht beweisbar.

Gottlob Frege
* 8. November 1848 in Wismar
† 26. Juli 1925 in Bad Kleinen
Führt mit seiner "Begriffsschrift" die symbolische Logik ein: Schreibweise der heutigen „Prädikatenlogik“ und zusammen mit Cantors Mengenlehre formale Sprache für das abstrakte Formulieren von mathematischen Aussagen und Beweisen.

Karl Weierstraß
* 31. Oktober 1815 in Ostenfelde bei Ennigerloh
† 19. Februar 1897 in Berlin
Bringt die streng logische Begründung der Analysis zum Abschluß: die "unendlich kleinen Größen" haben ausgedient. Die heute übliche Formelschreibung geht weitgehend auf ihn zurück.

Sofja Kowalewskaja
15. Januar 1850 in Moskau
† 10. Februar 1891 in Stockholm
Erste Mathematikprofessorin der Welt, Schülerin und Mitarbeiterin von Weierstraß; Beiträge zu den Differentialgleichungen.

Giuseppe Peano
* 27. August 1858 in Spinetta
† 20. April 1932 in Turin
Axiomatisiert die natürlichen Zahlen und die Arithmetik auf streng logischer Grundlage.

David Hilbert
* 23. Januar 1862 in Königsberg, Ostpreußen
† 14. Februar 1943 in Göttingen
Programm: Vollständige, widerspruchsfreie und entscheidbare Axiomatisierung der gesamten Mathematik.
Erstellt im Jahr 1900 eine Liste von 23 noch zu lösenden Problemen.

Bertrand Russell
* 18. Mai 1872
† 2. Februar 1970
Schreibt mit Alfred N. Whitehead die *Principia Mathematica*, ein sehr umfangreicher Versuch, die Mathematik vollständig auf Axiome und formale Logik zu gründen.
Gödel zeigt später: in diesem System, aber auch in jedem noch mächtigeren System, gibt es wahre Sätze, die innerhalb des Systems nicht bewiesen werden können.

Hermann Minkowski
* 22. Juni 1864 in Aleksotas (heute Kaunas, Litauen);
† 12. Januar 1909 in Göttingen
Liefert math. Grundlagen zu Einsteins Relativitätstheorie: Nichteuklidische Geometrie des Raum-Zeit-Kontinuums

Albert Einstein
* 14. März 1879 in Ulm
† 18. April 1955 in Princeton, N.J.
Mathematik erweitert und korrigiert unsere Wahrnehmung: Relativitätstheorie beschreibt die Wirklichkeit, obwohl sie der Intuition widerspricht.

Werner Heisenberg
* 5. Dezember 1901 in Würzburg
† 1. Februar 1976 in München
Matrizenmechanik als mathematische Beschreibung der Quantentheorie

> Die Theorien Heisenbergs und Schrödingers sind äquivalent. Alle experimentellen Befunde sprechen für die Theorien, aber der menschlichen Intuition bleiben ihre Aussagen unverständlich.

Erwin Schrödinger
* 12. August 1887 in Wien-Erdberg
† 4. Januar 1961 in Wien
Wellenmechanik als mathematische Beschreibung der Quantentheorie (Schrödinger-Gleichung).
In einem Vortrag „What is Life?“ postuliert er schon 1948 die Existenz codierter Erbinformation.

Nicolas Bourbaki
1934-
Pseudonym für eine frz. Gruppe von Mathematikern, die zusammen ein umfangreiches Lehrbuch schreiben.
Beruhend auf Hilberts Anspruch ist der Aufbau streng axiomatisch-formalistisch abstrakt.

Emmy Noether
* 23. März 1882 in Erlangen
† 14. April 1935 in Bryn Mawr, Penn., USA
Beiträge zur abstrakten Algebra und theoretischen Physik. In Göttingen Zusammenarbeit mit Hilbert.
Mitherausgeberin der gesammelten Schriften von Richard Dedekind.

Andrej Nikolajewitsch Kolmogorow
* 25. April 1903 in Tambow
† 20. Oktober 1987 in Moskau
Untersucht die Komplexität von Algorithmen. Axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie.

John von Neumann
* 28. Dezember 1903 in Budapest
† 8. Februar 1957 in Washington, DC
Entwickelte 1946 die „Von-Neumann-Architektur“ für Computer (Programm und Daten im selben Speicher). Jeder Computer beruht noch heute auf diesem Modell.

Kurt Gödel
* 28. April 1906 in Brünn (heute Brno)
† 14. Januar 1978 in Princeton, New Jersey
Logiker. Erkennt: Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit von mathematischen Theorien sind nicht innerhalb der jeweiligen Theorie beweisbar. Dadurch ist Hilberts Programm als undurchführbar erwiesen und Russells Grundlage der *Principia* erschüttert.
Beschäftigt sich auch mit mehrwertiger Logik.

Alan Turing
* 23. Juni 1912 in London
† 7. Juni 1954 in Wilmslow
Theorie der Berechenbarkeit: „Universelle Turing-Maschine“ kann im Prinzip jeden Algorithmus ausführen. Grundsätzlich kann kein Computer mit irgendeiner Programmiersprache mehr als eine solche Maschine.
Es ist jedoch nicht entscheidbar, ob ein Algorithmus bei Bearbeitung eines gegebenen Problems in endlicher Zeit zu einem Ergebnis kommt! (sog. "Halteproblem").
http://classes.soe.ucsc.edu/cmps210/Winter11/Papers/turing-1936.pdf (Über berechenbare Zahlen)

Der Computer [1982 "Person des Jahres" der US-Zeitschrift TIME]
* Entwickelt im 20. Jh. aus Ideen von Leibniz, Babbage, von Neumann und Turing
Kann zunehmend auch in mathematische Kernbereichen helfen, z.B. bei Beweisen von Sätzen:
Vierfarbensatz **:** 1852 als Vermutung formuliert, 1976 mit Computerhilfe bewiesen:

> Mit maximal vier Farben kann man jede Landkarte in der Euklidischen Ebene einfärben, und zwar mit jeweils verschiedenen Farben für angrenzende Länder.

Dies ist der erste mathematische Satz, dessen Beweis wegen seines Umfangs (der großen Anzahl von Fallunterscheidungen) nur mit Computerhilfe erbracht werden konnte. (Eine eigenständige Leistung des Computers ist dies zwar nicht, aber ohne ihn wäre man vielleicht noch nicht fertig damit!)
Erst 2010 konnte ebenfalls nur mit Computerhilfe ein von Kepler formuliertes Problem gelöst werden:

> Die kompaktesten (am wenigsten Raum beanspruchenden) Anordnungen von Kugeln im Raum sind die kubisch-flächenzentrierte Packung und die hexagonale Packung.

Kurzfassungen

mit Erläuterungen zu den fünf Symbolen des Plakats

(Dies sind die Texte der "Fahnen" in den Vitrinen)

1. Logik

$$A \vee \neg A$$

Sein oder Nichtsein: Entweder gilt Aussage A oder sie gilt nicht - beides zugleich ist nicht möglich. Dies gehört zu den wichtigsten Grundsätzen der Mathematik; würde man es nicht fordern, könnte sie keine nützlichen Aussagen machen.

Allerdings gibt es neben dieser „zweiwertigen Logik“ auch viele Versuche, „mehrwertige Logiken“ aufzustellen und mathematische Theorien darauf zu gründen. Besonders in der Informatik ist es aber so, daß die Computer auf der untersten Stufe immer noch nur zwischen 0 und 1 unterscheiden können, oder zwischen „Ja“ und „Nein“.
Dazwischen gibt es in mehrwertigen Logiken eine oder mehrere Stufen von „Vielleicht“.
Mit der Quantenlogik, die jetzt noch Utopie ist, könnten sich weitere neue Möglichkeiten eröffnen.

Einstweilen wird fast alle Mathematik noch in zweiwertiger Logik betrieben.

2. Axiomatik

$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0$$

Dies ist das Axiom Nr. 3 von Peano: Wenn n eine natürliche Zahl ist, dann ist ihr Nachfolger n' nicht die Null. Anders gesagt: Die 0 ist die erste natürliche Zahl.

Axiome sind einfache Voraussetzungen, die am Anfang einer Theorie stehen und auf denen die gesamte Theorie logisch aufgebaut wird. Diese wissenschaftliche Arbeitsweise hat sich erst im späten 19. Jahrhundert durchgesetzt, zuerst mit der Mengenlehre und der Topologie, heute in allen Teilgebieten.

Das konsequente Axiomatisieren der gesamten Mathematik stellte im Jahr 1900 David Hilbert als ehrgeiziges Programm in den Raum. Damit sollte jedes Problem lösbar werden, jede Aussage bewiesen oder widerlegt werden können. (Auf seinem Grabstein steht: "Wir müssen wissen. Wir werden wissen.") Für den Anfang legte er eine Liste von 23 ungelösten Problemen vor. Noch heute sind nicht alle gelöst, und schlimmer noch: Kurt Gödel bewies 1931, daß manche grundsätzlich unlösbar sind, Hilberts Plan also unrealistisch war.

3. Algorithmik

ℕ

ℕ ist das Symbol für die Menge der natürlichen Zahlen:

$$\{ 0,1,2,3,4,\dots \}$$

Davon gibt es unendlich viele, aber man kann sie immerhin zählen (ohne freilich je an ein Ende zu kommen).

Am wichtigsten ist ℕ für alle Rechenverfahren, die man programmieren und im Computer ausführen kann, die sog. Algorithmen. Die müssen in einer begrenzten Zahl von Schritten zu einem Ergebnis kommen, sonst sind sie nutzlos. Die Zahl der Schritte ist aber grundsätzlich nach oben offen, eine größte kann man nicht angeben.

Die Menge ℕ ist das Spielfeld und das Untersuchungsobjekt vieler Theorien, die man zusammen als „Diskrete Mathematik“ bezeichnet. Manche davon befassen sich nur mit endlichen Teilmengen von ℕ, z.B. die Kombinatorik.

4. Analysis

$\mathbb{R}$

$\mathbb{R}$ ist das Symbol für die Menge der reellen Zahlen. $\mathbb{N}$ ist eine Teilmenge davon, aber auch alle Brüche und alle „irrationalen“ Zahlen (nichtperiodische Dezimalzahlen) gehören dazu, wie z.B.

$\sqrt{2}$ = 1,414213562373095048801688724209…
π = 3,141592653589793238462643383279…
e = 2,718281828459045235360287471352…

Die Existenz von irrationalen Zahlen ist seit etwa 500 v.Chr. bekannt.

Mit solchen Zahlen kann man schwer umgehen, ohne sich mit der Unendlichkeit zu befassen, denn sie haben unendlich viele Dezimalstellen.

Newton und *Leibniz* sind im 17. Jahrhundert die Begründer des Rechnens mit Funktionen reeller Zahlen, damals noch „Infinitesimalrechnung“ genannt.

Leonhard Euler leistet im 18. Jh. wesentliche Beiträge zur Bereicherung der Analysis.

Der Braunschweiger Mathematiker *Richard Dedekind* hat als erster klar definiert (1872), was reelle Zahlen sind. Erst damit konnte die Analysis auf eine axiomatische Grundlage gestellt werden.

Bernhard Riemann (Schüler von Gauß) kombinierte die Analysis mit Geometrie und erweiterte die Differential-geometrie der Flächen auf höhere Dimensionen.

Karl Weierstraß hat ab 1859 in Berlin und Göttingen den Gesamtbau der Analysis in strenger Logik ausgestaltet und vollendet.

Die komplexen Zahlen erweitern nochmals die reellen, indem sie die Wurzeln negativer Zahlen mit einbeziehen früher „imaginäre Zahlen“ genannt: $i=\sqrt{-1}$). Gauß sieht als erster sinnvolle Anwendungen, inzwischen sind sie mit den reellen zusammen die Domäne der Analysis.

5. Komplexität

∞∗∞

Mit ℕ und ℝ hat man zwei Stufen des Unendlichen. Als ob das nicht genügte, gibt es noch unendlich viel mehr Stufen.
Auch schon ohne das Unendliche ist die Wirklichkeit oft reichlich kompliziert. Mathematik ist auch kompliziert – sie soll schließlich helfen beim Bewältigen komplexer Aufgaben.

Wichtige Grundprizipien sind die folgenden:

- Abstraktion
  1. In der „reinen" Mathematik: Topologie = Konzentration auf das Wesentliche
  2. In den Anwendungen: Allgemeingültige Strukturen finden; Simulation
  Beispiele: Wichtig sind Datenstrukturen zur Modellierung der Realität
- Hierarchisierung: Probleme in mehrere Ebenen strukturieren
  Sehr einfaches Beisp.: Wie der Schüler Gauß die Zahlen von 1 bis 100 addierte.
  Beisp.: Jedes größere Programm, z.B. Windows, ist ein komplexer Schichtenbau aus vielen Komponenten für größere und kleinere Teilaufgaben.
- Optimierung: Die beste von mehreren Möglichkeiten finden
  Beisp.: Problem des kürzesten Weges (travelling salesman problem)
- Approximation: Gute Näherungen finden
  Das Hauptgebiet der „Numerischen Mathematik"
  Beisp.: 1. Verfahren von Archimedes zur Annäherung an die Zahl π
  2. Polynomiale Reihen, Fourier-Transformationen etc. zur Funktionsberechnung
  3. Methode der kleinsten Quadrate von Gauß zur Ermittlung einer Funktion
- Statistik statt exakter Lösung
  Beisp.: 1. Statistische Physik: Mittelwerte statt Billionen einzelner Werte
  2. Automatische Sprachübersetzung bei Google: Mustersammlung statt komplexer Wörterbuch- und Grammatik-Strukturen. (Allgemein: „Big Data")
- Verwirklichung von Visionen
  Geschwindigkeit und Kapazität der Computer ermöglichen ganz neue Anwendungen, die vorher allenfalls Visionen sein konnten.
  Beisp.: 1. Visualisierung und Virtuelle Realität: Innovative Darstellung von Daten aller Art
  2. Interaktiver Realzeitumgang mit Daten, z.B. geographischen Karten; Navigationssysteme

Man stößt trotz allem immer wieder an Grenzen der Komplexität. Eine eigene *Komplexitätstheorie* versucht zu klären, welche Arten von Problemen, insbesondere Algorithmen, sich vereinfachen lassen und welche eben nicht.

Vor der Automatisierung erleichterten nur *Logarithmentafeln* und *Rechenschieber* das Rechnen!

6. Anwendungen

Früher sprach man von „reiner“ und „angewandter“ Mathematik. An sich ist aber alle Mathematik aus Problemen des Alltags oder aus irgendeiner Praxis hervorgegangen.
Mathematik ist heute überall. Schon wer nur seinen PC einschaltet, setzt ein Feuerwerk von Algorithmen in Gang, bevor etwas sichtbar wird und die eigentliche Arbeit beginnen kann, die wiederum aus nichts anderem als Algorithmen besteht.
So gut wie alle Anwendungen bedienen sich heute des Computers als wichtigstem Arbeitsgerät. Durch Nutzung standardisierter Software kann man in weiten Bereichen einheitlich arbeiten und sich dann auch gegenseitig besser verstehen.
Anwendungen der Mathematik sind so vielfältig und so verbreitet, daß eine eigene, große Ausstellung damit gefüllt werden könnte. Deshalb können hier nur ganz wenige Akzente gesetzt werden.

Fertige Softwarepakete sind erhältlich, in denen das gesammelte mathematische Wissen in Form bewährter Methoden und Algorithmen kondensiert ist. Jahrhundertealte Entdeckungen vieler Mathematiker bleiben wirksam. So etwa von Carl Friedrich Gauß, weil dessen Normalverteilung oder „Glockenkurve“ überall zum Einsatz kommt, wo man große Mengen Meßwerte oder andere Zahlen verarbeitet.
Der Anwender kommt so in den Genuß hochwirksamer Verfahren, ohne deren Arbeitsweise genau verstehen zu müssen, von der Theorie und Geschichte erst gar nicht zu reden.
Programmierer dagegen müssen die umfangreichen numerischen Methoden überblicken, darin die geeigneten finden und deren Umsetzung in Programme beherrschen.

Euler und Gauß

Diesen zwei Giganten der Mathematik widmet die Ausstellung eine eigene Abteilung. Zu vielfältig sind ihre Leistungen und zu bedeutend sind sie in Theorie und Anwendung, als daß man sie einem der anderen Themen unterordnen könnte.
Zu ihrer Zeit war die Weltsprache der Wissenschaften noch Latein.

Leonhard Euler (1707-1783) stammte aus Basel, verbrachte jedoch Jahrzehnte an der Petersburger Akademie, aber auch 25 Jahre zur Zeit Friedrichs des Großen in Berlin. Mit diesem geriet er zuletzt in Streit und ging zurück nach Petersburg, wo er auch begraben ist.
Euler brachte die Analysis in großen Schritten voran. Viele heute noch verwendete Symbole in Formeln stammen von ihm, nicht zuletzt der Buchstabe e für eine wichtige Entdeckung, die „Eulersche Zahl" $e = 2{,}71828\ldots$.
Seine Untersuchung des Sieben-Brücken-Problems von Königsberg wurde zum Ausgangspunkt für die heutige Graphentheorie.
Auch in der Mechanik und Optik war Euler sehr produktiv.
Seine Erfindung des „lateinischen Quadrats" ist eine Art Sudoku.
Die wissenschaftliche Gesamtausgabe von Eulers Werken ist bis heute auf 70 Bände angewachsen.

Carl Friedrich Gauß (1777-1855) war Braunschweiger, siedelte aber schon zum Studium an die Universität Göttingen über und blieb dort. Die ersten Verdienste erwarb er sich mit der Landvermessung. Dabei und in astronomischen Beobachtungen arbeitete er unglaublich genau und verbesserte die Ergebnisse noch zusätzlich durch Fehlerabschätzungen mit seiner berühmten Normalverteilung.
Gauß arbeitete stets anwendungsbezogen. Er veröffentlichte nur, was er für ausgereift hielt, hinterließ aber noch 20 Bände Tagebücher mit vielen Hinweisen auf weitere Ergebnisse, so z.B. über nichteuklidische Geometrie (in der er seiner Zeit voraus war).
Die Gesamtausgabe der Werke erschien 1863-1917 in 12 Bänden.
Am Gaußberg in Braunschweig ehrt ihn seit 1880 ein Denkmal.

Ausgestellte Bücher

Die ausgestellten Bücher der sechs Abteilungen sind hier aufgelistet, jeweils mit knappen Anmerkungen.

Es gibt zwei Arten von Links:

1. Signaturen: Verzweigung zum Katalog der UB

2. ISBN: Sprung zu Google Booksearch.
Tip, falls dort nicht der richtige Titel getroffen wird:
Den Titel kopieren und mit vorgesetztem "intitle:" in das Google-Suchfeld kopieren, z.B. so

```
intitle:"Aristotelische Syllogistik"
```


1. Logik

Signatur: 2406-6253
Patzig, Günther:

Die Aristotelische Syllogistik : logisch-philologische Untersuchungen über das Buch A der "Ersten Analytiken" / von Günther Patzig
Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1959. - 207 S.
(Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften in Göttingen, Philologisch-Historische Klasse ; 3.F., 42)

"Zeitgemäße Darstellung der aristotelischen Logik".
Das Interesse an der Geschichte der Logik war durch die "Begriffsschrift" von Frege neu erwacht. Dieser Text soll den vollständigen Urtext modernerem Denken zugänglich machen.
Aristoteles war kein Mathematiker. Die formale Logik wurde durch seine gründliche Darstellung zu einer Domäne der Philosophie und blieb dort bis ins 19. Jahrhundert.

Signatur: 2895-2321
Wolff, Michael:

Abhandlung über die Prinzipien der Logik : mit einer Rekonstruktion der Aristotelischen Syllogistik / Michael Wolff. - 2., verb. und erw. Aufl.
Frankfurt am Main : Klostermann, 2009. - XXIV, 457 S.
(Philosophische Abhandlungen ; 100)

ISBN 978-3-465-03639-5

"Ich habe mit diesem Buch versucht, gleichsam eine Landkarte zu korrigieren:
Die neue Karte soll richtig und präzise angeben, wie sich die Gebiete der
formalen und mathematischen Logik zueinander verhalten."
"Dieses Buch ... soll ... auf einen Mangel an Lehrbüchern aufmerksam machen,
die die Prinzipien der formalen und mathematischen Logik präzise
darstellen und verständlich machen."

Signatur: MA U 623
Riedweg, Christoph:

Pythagoras : Leben, Lehre, Nachwirkung ; eine Einführung /
Christoph Riedweg.
München : Beck, 2002. - 206 S.
ISBN 3-406-48714-9

Er war kein Mathematiker im heutigen Sinne, und doch ist der
nach ihm benannte Satz vom rechtwinkligen Dreieck der wohl
berühmteste und bekannteste überhaupt. Seine Mathematik hatte
er vermutlich, doch ist dies umstritten, in Ägypten und Babylon gelernt.
Für die Pythagoreer jedenfalls, wenn auch vielleicht noch nicht für
ihn selbst, ist "die Zahl der Urstoff, aus dem alles geworden ist
und noch immer besteht." (S. 108) Die 10 wurde als "vollkommene Zahl"
angesehen, daneben auch die 4.
Viele haben sich seitdem abgemüht, zu definieren, was denn eine
Zahl eigentlich sei oder was der Begriff "Zahl" bezeichne.

Signatur: 1404-5666

Logik und Erkenntnislehre des Aristoteles / hrsg. von Fritz-Peter
Hager.
Darmstadt : Wiss. Buchges, 1972. - XXVII, 346 S.
(Wege der Forschung ; 226)
ISBN 3-534-04552-1

Kap. III besteht aus mehreren Beiträgen zur Logik, unter dem
Titel "Zur Syllogistik des Aristoteles"

Sigatur: 2928-4412
Flashaar, Hellmut:

Aristoteles : Lehrer des Abendlandes / Hellmut Flashar
München : Beck, 2013. - 416 S.
ISBN 978-340-66450-6-8

Versuch eines allgemeinverständlichgen Überblicks zum Gesamtwerk
des Aristoteles.
Aristoteles' Schriften zur Logik werden unter dem Begriff
"Organon" zusammengefaßt, was als "Hilfsmittel" zu verstehen
ist, und zwar zur Gewinnung von logischen Schlüssen.
(Kap. 7: Logik, Sprache, Dialektik, Argumentationsstrategien)

Signatur: PH-Ke 14-
Frege, Gottlob:

The foundations of arithmetic : a logico-mathematical enquiry into the concept of number / by G. Frege. Engl. transl. by J. L. Austin. - 2., rev. ed., reprint.
Oxford : Blackwell, 1959. - Getr. Zählung
Text in dt. und engl. Sprache
Nebentitel: Die Grundlagen der Arithmetik

Mit Fragen wie "Ist die Anzahl eine Eigenschaft der äußeren Dinge?" versucht sich auch Frege an der Definition des Zahlbegriffs, 2400 Jahre nach Pythagoras.

Signatur:
Frege, Gottlob:

Grundgesetze der Arithmetik : begriffsschriftlich abgeleitet / von G. Frege.
Jena : Pohle, 1893-1903. 2 Bde.

Bd. 1.1893. - XXXII, 253 S.

Bd. 2.1903. - XV, 265 S.

Enthält auch die Darstellung der "Begriffsschrift".
Es geht um eine logisch und axiomatisch einwandfreie Begründung des Rechnens als eine Art Grundstein der Mathematik.
Kurz vor Drucklegung erfuhr Frege von Russells Entdeckung der Antinomie der "Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten". Er hat in einem Nachwort am Ende von Band 2 zugegeben, daß damit seine "Grundgesetze" teilweise entwertet wurden. Er schreibt:
"Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung einer Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert wird."
Zuerst wollte er die Druckplatten zerstören und das Buch nicht erscheinen lassen, was angeblich der Drucker nicht zugelassen hat, und so fügte er dem Werk noch das Nachwort bei.

Signatur:

Hilbert, David:
Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik.
In: Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg 1904, S. 174-185.

Hilbert greift hier die Russellsche Antinomie auf ("Menge aller Mengen") und versucht, einen Weg zu finden, um die Arithmetik und damit die Algebra doch widerspruchsfrei zu axiomatisieren.

Signatur: MA U 601
Russell, Bertrand:

Principles of mathematics / by Bertrand Russell.
London : Routledge, 2009. - 552 S.

(Routledge classics)
ISBN 0-415-48741-2
Orig.Ausg.: Entwurf 1901, erschienen 1903

Wie Frege wollte auch Russell die Mathematik auf ein logisch und axiomatisch absolut sauberes Fundament stellen und versuchte dies zusammen mit seinem Lehrer Whitehead in den drei Bänden der "Principia mathematica". Russell wurde auch angestachelt durch die Aufbruchstimmung in der Mathematik, die 1900 durch Hilbert angestoßen wurde.
Russell war gegen Ende der Arbeiten an diesem riesigen Werk auf die bekannte Antinomie gestoßen. Er versuchte, deren desaströse Auswirkungen auf sein Werk noch abzumildern, indem er ein Typentheorie aufstellte, mit der die "Selbstreferentialität" entschärft werden sollte, die er als Ursache der mengentheoretischen Antinomien ausmachte.
In einem Aufsatz 1908 stellt er seine komplizierte Lösung vor:
Russell, B.: Mathematical Logic as Based on the Theory of Types
in: American Journal of Mathematics, Vol. 30, No. 3(1908),S.222-262.
http://www.cfh.ufsc.br/~dkrause/pg/cursos/selecaoartigos/Russell(1905).pdf

Signatur: 2626-2673
Whitehead, Alfred North:

Principia mathematica : Vorwort u. Einleitungen / Alfred North Whitehead, Bertrand Russell. Ins Deutsche übertr. von Hans Mokre. Mit einem Beitrag von Kurt Gödel.
Wien : Medusa-Verl., 1984. - XXXIV, 167 S.
ISBN 3-85446-097-X

Kurt Gödel bewies 1931, daß Russells Projekt ohnehin scheitern mußte, weil kein Axiomensystem für die Arithmetik vollständig sein konnte.

Signatur: 2716-7586
Garciadiego Dantan, Alejandro Ricardo:

Bertrand Russell and the origins of the set-theoretic "paradoxes" / Alejandro R. Garciadiego.
Basel [u.a.] : Birkhäuser, 1992. - XXIX, 264 S.
ISBN 3-7643-2669-7

Analysiert ausführlich die mengentheoretischen Antinomien.

Signatur: 2711-1590
Rodríguez-Consuegra, Francisco A.:

The mathematical philosophy of Bertrand Russell : origins and development / Francisco A. Rodríguez-Consuegra.
Basel [u.a.] : Birkhäuser, 1991. - XIV, 236 S.
ISBN 3-7643-2656-5

Der Verf. studiert Russells Methode und versucht, ihre Ursprünge und ihre Entwicklung herauszuarbeiten.

Signatur: MA B 831

One hundred years of Russell's paradox : mathematics, logic, philosophy / ed. Godehard Link.
Berlin [u.a.] : de Gruyter, 2004. - IX, 662 S.
(De Gruyter series in logic and its applications ; 6)
ISBN 3-11-017438-3

Würdigt Russell für seine umfangreichen Beiträge zur mathematischen Philosophie. Anlaß für diesen Band war der 100. Jahrestag der Entdeckung des berühmten Paradoxons der Mengenlehre (über die "Menge aller Mengen").

Signatur: 2928-7804
Doxiadis, Apostolos u.a.:

Logicomix : [eine epische Suche nach Wahrheit] / Apostolos Doxiadis; Christos H. Papadimitriou. Zeichn.: Alecos Papadatos. Übers.: Ebi Naumann. - Dt. Erstausg., 6. Aufl..
Zürich : Atrium-Verl., 2012. - 351 S.
ISBN 978-385-53506-9-8

Die ganze Geschichte mit Russell, Hilbert, Frege, Gödel - einmal auf andere Weise erzählt!

Signatur: MA U 644
Sigmund, Karl:

Kurt Gödel : das Album / Karl Sigmund; John Dawson; Kurt Mühlberger.
Wiesbaden : Vieweg, 2006. - 225 S.
ISBN 978-3-8348-0173-9

Biographie, illustriert mit vielen Photos und Dokumenten.
"... eine leichtverdauliche, einfache und anschauliche Einführung in Gödels Leben und Werk, gedacht für jene, die sich für die menschlichen und kultuellen Aspekte der Wissenschaft interessieren".
Wurde erstellt aus Anlaß einer Ausstellung zu Gödels 100. Geburtstag.

Signatur: Ha-1791(3

Monatshefte für Mathematik und Physik / Universität Wien, Mathematisches Seminar.
Wien ; Leipzig : Akadem. Verl.-Ges., 1890-1944. - [Ersch.:] 1.1890 - 51.1943/44,2.
Forts.: Monatshefte für Mathematik

Gödels Aufsatz "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I."
Ein Teil II erschien nicht, denn der Teil I erregte sehr schnell größeres Aufsehen als der Verfasser selbst erwartet hatte.
Später sagte dazu John von Neumann: "Es wurde niemals vor Gödel die Unbeweisbarkeit innerhalb der Mathematik selbst streng durchgeführt. Die Logik wird nie mehr dieselbe sein. (1951)

Signatur: MA U 635
Dawson, John W.:

Kurt Gödel : Leben und Werk / John W. Dawson. [Aus dem Amerikan. übers. von Jakob Kellner].

Wien [u.a.] : Springer, 1999. - XI, 294 S.
(Computerkultur ; 11)
ISBN 3-211-83195-9
Originaltitel: Logical dilemmas

Ausführliche Biographie, setzt mathematische Grundkenntnisse voraus.
Enthält eine "Übersicht der Entwicklung der Logik bis zur Zeit seiner eigenen Beiträge".

Signatur: 2547-4491
Hofstadter, Douglas R.:

Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid. A metaphorical fugue on minds and machines in the spirit of Lewis Carroll. / Douglas R. Hofstadter
Hassocks : Harvester Pr., 1979. - 21, 777 S.
ISBN 0-85527-757-2

Ein populärwissenschaftlicher Beststeller, 1980 Pulitzer-Preis.
Die wohl berühmteste und phantasievollste Darstellung von Gödels Entdeckungen und den logischen Problemen der Selbstbezüglichkeit abstrakter Strukturen.
Hofstadter stellt überraschende Beziehungen her zwischen den Themen der Logik und den Werken von Escher und Bach, aber auch zu Alan Turings Werk, zur Linguistik und zur Molekularbiologie (DNA-Struktur) etc. Jedes Thema wird eingeleitet durch einen Dialog zwischen fiktiven Personen "Achilles", "Schildkröte" u.a. Diese Kapitel erinnern in ihrem Einfallsreichtum an Werke von Lewis Carroll (Alice in Wonderland).
Das letzte Kapitel orientiert sich in der Struktur an Bachs kompliziertestem Werk, dem "Musikalischen Opfer", und verknüpft eine Fülle von Querverbindungen
zwischen Geist, Sprache, Künstlicher Intelligenz und allem, was sonst noch im Buch behandelt wurde, zu einem großen, selbstreferentiellen Gebilde.

Signatur: MA U 634

Kurt Gödel and the foundations of mathematics : horizons of truth / ed. by Matthias Baaz ..
Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 2011. - XXIII, 515 S.
Kongress: Horizons of truth ; (Vienna) : 2006.04.27-29.
ISBN 978-0-521-76144-4

Würdigt die Wirkungen von Gödels Werk in der Mathematik und Logik, in der theoretischen Informatik, Künstlichen Intelligenz, Physik, Philosophie, Theologie und Wissenschaftsgeschichte. Mit Beiträgen von Zeitgenossen, die Gödel persönlich kannten.

Signatur: Ac-3575
Nagel, Ernest:

Der Gödelsche Beweis / Ernest Nagel ; James R. Newman.
Wien [u.a.] : Oldenbourg, 1964. - 110 S.
(Scientia nova)
Originaltitel: Gödel's Proof

Gödels Leistung war es, die Menge der natürlichen Zahlen dazu zu bringen, formelhaft über sich selbst sprechen zu können. Anders gesagt: Aussagen *über* Zahlen (sog. "Metamathematik") können auf Formeln *innerhalb* der Arithmetik abgebildet werden. Dabei hilft sehr die Erkenntnis, daß es unendlich viele Primzahlen gibt, denn die braucht man dabei.
Er konstruiert damit eine korrekte arithmetische Formel, welche aber die Meta-Aussage macht: "Ich bin nicht beweisbar." Und darauf aufbauend findet er am Ende: Aus sich heraus kann die Arithmetik nicht beweisen, daß sie

frei von Widersprüchen ist.

Nagel und Newman beschließen ihre Darstellung mit den Worten:
"Das [gödelsche] Theorem zeigt uns, daß Struktur und Leistungsfähigkeit des menschlichen Verstandes weit komplexer und differenzierter sind als die jeder bisher konzipierten leblosen Maschine. Gödels Arbeit selbst ist ein bemerkenswertes Beispiel solcher Komplexheit und Subtilität. Sie ist kein Anlaß zur Niedergeschlagenheit, sondern zur erneuten Würdigung der Reichweite schöpferischer Vernunft."

Signatur: MA U 214"

Kurt Gödel : Wahrheit & Beweisbarkeit / Kurt Gödel, Eckehart Köhler, Bernd Buldt [Hrsg.].
Wien : Öbv & Hpt, 2002.

Bd. 1. Dokumente und historische Analysen. - 2002. - 278 S.
ISBN 3-209-03834-1
Briefe, Manuskripte, Bilder

Bd. 2. Kompendium zum Werk. - 2002. - 445 S.
ISBN 3-209-03835-X
Einführungstexte

Signatur: MA B 844"
Klüver, Jürgen ; Schmidt, Jörn ; Klüver, Christina:

Mathematisch-logische Grundlagen der Informatik : von der Aussagenlogik bis zur Komplexitätstheorie / Jürgen Klüver; Jörn Schmidt; Christina Klüver
2., erw. Aufl.
Herdecke [u.a.] : W3L-Verl., 2012. - X, 318 S. : Ill., graph. Darst.
ISBN 978-3-86834-030-3

Zeitgemäße Darstellung der Logik als abstraktes Fundament der Informatik.

Signatur:
Lukasiewicz, Jan:

Selected works / Jan Lukasiewicz. Ed. by L. Borkowski
Amsterdam [u.a.] : North-Holland [u.a.], 1970. - XII, 405 S.
(Studies in logic and the foundations of mathematics)
ISBN 0-7204-2252-3
Original erschien 1920

Darin: Erster Hinweis (1920) auf eine mehrwertige (dreiwertige) Logik, die Lukasiewicz ausarbeitete. Er sprach auch von einer Theorie der Möglichkeit (possibility).

Signatur: ...
Bolc, Leonard:

Many-valued logics / Leonard Bolc; Piotr Borowik.
Berlin [u.a.] : Springer, 1992-.

1.Theoretical foundations. - 1992. - XII, 292 S.
2.Automated reasoning and practical applications. - 2003. - XI, 303 S.

Umfassendes Handbuch der seit 1920 entstandenen mehrwertigen Logik-Theorien. Band 2 behandelt Anwendungsgebiete.

2. Axiomatik

Signatur: MA U 109
Anglin, William S.:

The heritage of Thales / W. S. Anglin; J. Lambek.
New York [u.a.] : Springer, 1995. - X, 327 S.
(Undergraduate texts in mathematics : Readings in mathematics)
ISBN 0-387-94544-X

Plaziert Thales in den umfangreichen Kontext der antiken Mathematik, nicht nur der griechischen, beginnend etwa 1800 v.Chr.
Thales sucht bereits nach rationalen Erklärungen statt Mythologien.
Bei ihm sieht man auch erste Ansätze von Axiomatik: Beweise aufgrund von Definitionen.

Signatur: MA U 632
Schönbeck, Jürgen:

Euklid : um 300 v. Chr / von Jürgen Schönbeck.
Basel [u.a.] : Birkhäuser, 2003. - X, 264 S.
(Vita mathematica ; 12)
ISBN 3-7643-6584-6
Das Ziel ist, "Mathematik als Geisteswissenschaft und damit historische und hermeneutische Disziplin bewusst zu machen".
Die "Elemente" werden als "eines der wichtigsten Bücher der Weltliteratur" betrachtet, repräsentativ für die Mathematik in Platons "Schule von Athen".

Signatur: MA U 228
Aumann, Günter:

Euklids Erbe : ein Streifzug durch die Geometrie und ihre Geschichte / Günter Aumann. - 3., erw. Aufl.
Darmstadt : Wiss. Buchges., 2008. - 256 S.
ISBN 978-3-534-21948-3

Geometrie als "erste Wissenschaft" und Teil unserer Kultur.
Viel Material zu den historischen Hintergründen.

Signatur: 2848-4051
Cantor, Georg:

[Sammlung]
Kardinalität und Kardinäle : wissenschaftshistorische Aufarbeitung der

Korrespondenz zwischen Georg Cantor und katholischen Theologen seiner Zeit / Christian Tapp.
Stuttgart : Steiner, 2005. - 607 S.
(Boethius ; 53)
ISBN 3-515-08620-X
Hochschulschrift: Zugl.: München, Univ., Diss., C. Tapp, 2004

Cantor korrespondierte mit 30 Theologen über die Mengenlehre und das Konzept des Unendlichen in allen Facetten. Cantors Leben und Wirken als Persönlichkeit der Wissenschaft werden näher beleuchtet.

Signatur: MA B 605
Welti, Ernst:

Die Philosophie des strikten Finitismus : entwicklungstheoretische und mathematische Untersuchungen über Unendlichkeitsbegriffe in Ideengeschichte und heutiger Mathematik / Ernst Welti.
Bern [u.a.] : Lang, 1986. - XXIX, 651 S.
(Europäische Hochschulschriften : Reihe 20, Philosophie ; 201)
ISBN 3-261-03637-0

Beispiel für eine Gegenposition zur Hauptströmung der Mathematik.
Das Unendliche wurde von Cantor wie eine Realität behandelt.
Die Finitisten hingegen wollen die Mathematik so aufbauen, daß alle Beweise nur von Gegebenheiten im Endlichen Gebrauch machen.
Arithmetik, Geometrie, Analysis und Mengenlehre wurden schon in dieser Weise rekonstruiert.

Signatur: MA B 807
Deiser, Oliver:

Einführung in die Mengenlehre : die Mengenlehre Georg Cantors und ihre Axiomatisierung durch Ernst Zermelo / Oliver Deiser.
Berlin [u.a.] : Springer, 2002. - 336 S.
(Springer Lehrbuch)
ISBN 3-540-42948-4

Zwischen 1870 und 1930 haben Cantor und Zermelo mit den Grundlagen der Mengenlehre die heutige Mathematik entscheidend geprägt.
Ziel des Buches ist es, "die zentralen Konzepte und Probleme der Mengenlehre ... in ihrem Wesen begreifbar zu machen".

Signatur: MA U 406
Aczel, Amir D.:
The artist and the mathematician : the story of Nicholas Bourbaki, the genius mathematician who never existed / Amir D. Aczel
Verfasser:
London, High Stakes, 2007. - 239 S.
ISBN 978-1-8434-4034-5

Die Geschichte von "Nicolas Bourbaki" und Alexandre Grothendieck als wohl wichtigstem Mitglied der Gruppe.

Signatur: Ea-809(76)
Cartan, Henri Paul:

Nicolas Bourbaki und die heutige Mathematik / Henri Cartan.
Köln [u.a.] : Westdt. Verl., 1959. - 27 S.
(Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein Westfalen :

Natur , Ingenieur und Gesellschaftswissenschaften ; 76)

Einiges zu den Hintergründen der Bewegung "Bourbaki", die aber schon 1959 in Schwierigkeiten geriet, weil die Mathematik in ungeahnter Weise dynamisch expandierte.

Signatur: MA U 626
Gillies, Donald A.:

Frege, Dedekind, and Peano on the foundations of arithmetic / D. A. Gillies.
London [u.a.] : Routledge, [2011].
(Routledge revivals)
ISBN 978-0-415-66709-8

Würdigt ausführlich die Beiträge von Richard Dedekind zur Theorie der Zahlen, aber auch zur axiomatischen Mengenlehre, wobei er die "Menge" (er sagte "System") als als Grundbegriff der Logik ansah. (Kap. 8 und 9)
Auch Freges "Begriffsschrift" wird behandelt.

Signatur: Ea-134(40)

Hilbert, David: Grundlagen der Mathematik / D. Hilbert; Paul Bernays.
s.l. : 1939.
(Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit bes. Berücksichtigung der Anwendungsgebiete ; Bd 40 u. 50)

Es geht um die Beweistheorie. Hilbert hatte dabei das "Endziel ... unsere üblichen Methoden der Mathematik als samt und sonders widerspruchsfrei zu erkennen." Hilbert versucht hier noch (1934), Gödels Erkenntnisse (1931) herunterzuspielen.

Signatur: Aa-365(1)

Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmals in Göttingen / hrsg. von dem Fest-Comitee.
Leipzig : Teubner, 1899.

Theil 1. Hilbert, David: Grundlagen der Geometrie / von David Hilbert.
Leipzig : Teubner, 1899. - 92 S. : graph. Darst

Hilberts Versuch, den Inhalt der Axiome Euklids in ein "einfaches und vollständiges System voneinander unabhängiger Axiome" neu zu fassen. Diese Aufgabe "läuft auf die logische Analyse unserer räumlichen Anschauung hinaus".
Das ganze ist ein Teil seines viel größeren Programms, die gesamte Mathematik auf ein axiomatisches, widerspruchsfreies Fundament zu stellen.

Signatur: MA U 661

Hilbert, David:
David Hilbert's lectures on the foundations of geometry,

1891 - 1902 / Michael Hallett; Ulrich Majer, eds.
Berlin [u.a.] : Springer, 2004. - XXVIII, 661 S.
ISBN 978-3-540-67373-6

Die hier abgedruckten Vorlesungsnotizen dokumentieren die Herausbildung der "axiomatischen Methode" als neuem Ansatz in der math. Grundlagenforschung.
Enthalten ist auch ein Nachdruck der Erstausgabe seiner "Grundlagen der Geometrie" von 1899 mit wichtigen Zusätzen.

Signatur: Ac-8229
Reid, Constance:

Hilbert : with an appreciation of Hilbert's mathematical work by Hermann Weyl / Constance Reid.
New York, NY [u.a.] : Springer, 1970. - XI, 290 S.

Biographie eines "wahrlich großen Mathematikers seiner Zeit. Sein Werk und seine inspirierende wissenschaftliche Persönlichkeit haben die Entwicklung der Mathematik bis heute tiefgreifend geprägt."
(Richard Courant, 1969)

Signatur: 1400-6371
Hilbert, David:

Die Hilbertschen Probleme : Vortrag "Mathematische Probleme von D. Hilbert erl. von e. Autorenkollektiv / P. S. Aleksandrov [Hrsg.]. - 2. unveränd. Aufl.
Leipzig : Akad. Verl. Geest u. Portig, 1979. - 302 S.
(Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften ; 252)

Mit Abdruck des berühmten Vortrags von 1900 in Paris, in dem Hilbert ausführlich seine 23 Probleme vorstellte.
Jedes Problem wird auf dem Stand der Zeit (1969) erläutert und kommentiert.
Eine kompakte Liste der 23 Probleme mit dem aktuellen Stand der Forschung findet man in der englischen Wikipedia:
http://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert%27s_problems

Signatur: Ha-1228(1900/01)

Hilbert, David:
Mathematische Probleme : Vortrag, gehalten auf dem Internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900.
In: Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse aus dem Jahre 1900.
Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1901. - S.253ff

Die Erstveröffentlichung des Vortrags.

Signatur: MA F 617

O'Leary, Michael
Revolutions of geometry / Michael O'Leary
Hoboken, NJ : Wiley, c 2010. - XIII, 587 S.
(Pure and applied mathematics)

ISBN 978-047-016-755-7

Ein großer historischer Überblick der geometrischen Probleme
und ihrer Lösungen, beginnend im alten Ägypten bis in die heutige Zeit.
Der Verfasser will zugleich das mathematische Beweisen lehren und
ist überzeugt, daß dazu das verstehende Lesen von fertigen
Beweisen eine wesentliche Voraussetzung ist.

Signatur: MA U 505

Helmut Hasse und Emmy Noether : die Korrespondenz 1925 - 1935 /
Franz Lemmermeyer und Peter Roquette.
   Göttingen : Univ.-Verl., 2006. - 301 S.
ISBN 3-938616-35-0

Eine sorgfältige Dokumentation der Zusammenarbeit zwischen
Hasse und Noether, und damit ein Einblick in das wissenschaftliche
Arbeiten zu einer Zeit, die noch keine Computer und kein Internet
kannte, aber trotzdem auch über den Atlantik hinweg funktionierte,
und das anscheinend sogar ohne Hektik.
(Noether arbeitete die letzten Jahres ihres Lebens bis 1935 in
Bryn Mawr, Pennsylvania)

Signatur: 2842-6925
Roquette, Peter:

The Brauer-Hasse-Noether theorem in historical perspective / Peter
Roquette.
   Berlin [u.a.] : Springer, 2005. - VI, 92 S.
(Schriften der Mathematisch Naturwissenschaftlichen Klasse der
Heidelberger Akademie der Wissenschaften ; 15)
ISBN 3-540-23005-X

Emmy Noether arbeitete in Göttingen zeitweise mit Hilbert zusammen
und leistete Beiträge zur Lösung einiger Hilbert-Probleme.
Zu dem hier behandelten Theorem:
"The theorem is an example of a local-global principle in
algebraic number theory and leads to a complete description
of finite-dimensional division algebras over algebraic
number fields in terms of their local invariants. "

Signatur: 2888-1735
Radbruch, Knut:

Emmy Noether: Mathematikerin mit hellem Blick in dunkler Zeit :
Emmy-Noether-Vorlesung am 4. Juni 2008 in der Aula des Erlanger Schlosses
/ Knut Radbruch.
   Erlangen : Rektor der Friedrich-Alexander-Univ. Erlangen-Nürnberg,
2008. - 28 S.
Kongress: Emmy-Noether-Vorlesung ; (Erlangen) : 2008.06.04.
(Erlanger Universitätsreden ; 3. Folge, 71)

Emmy Noether hat mit ihrer Leistung und Persönlichkeit wesentlich dazu beigetragen, daß Frauen in der akademischen Welt endlich akzeptiert wurden.

Signatur: PY B 497

New optimization algorithms in physics / ed. by Alexander K. Hartmann.
Weinheim : Wiley-VCH, 2004. - XII, 300 S.
ISBN 3-527-40406-6

Gerade in der Physik werden oft neue Algorithmen gesucht.
Hier werden Algorithmen aus Optimierungsaufgaben verwendet, um Probleme der statistischen Physik zu bearbeiten.

Signatur: 2668-1678

Computers in mathematical research : based on the proceedings of a Conference / organized by the Institute of Mathematics and its Applications on Computers in Mathematical Research, held at University College, Cardiff in September 1986. Ed. by N. M. Stephens ..
Oxford : Clarendon Press, 1988. - XII, 251 S.
Kongress: Conference on Computers in Mathematical Research ; (Cardiff) : 1986.09.29-30.
(The Institute of Mathematics and its Applications conference series ; N.S., 14)
ISBN 0-19-853620-8

Hier wird u.a. auch berichtet über neue Ergebnisse in der Zahlentheorie, die mit Computerhilfe gewonnen wurden.
Beispiele aus vielen Forschungsbereichen

3. Algorithmik

Signatur: 2308-2092
Euclid:

Die Elemente : Buch I-XIII / Euklid. Nach Heibergs Text aus d. Griech. übers. u. hrsg. von Clemens Thaer. - 7., unveränd. Aufl.
Darmstadt : Wiss. Buchges., 1980. - 479 S.
ISBN 3-534-01488-X
Originaltitel: Elementa

Euklid war wohl der erste, der bewußt Algorithmen suchte, formulierte und sammelte, z.B. den "Euklidischen Algorithmus" für die Primzahlzerlegung.
Euklid war aber auch der erste Axiomatiker, indem er die Geometrie auf einfachen Grundsätzen aufbaute.

Signatur: 2896-9518
Haustein , Heinz-Dieter:

Kulturgeschichte der Formel : vom Mondkalender der Vorgeschichte bis zur Aktienkapitalformel / Heinz-Dieter Haustein.
München : AVM, 2009. - 325 S.
ISBN 978-3-89975-933-4

Formeln sind eine einfache Erscheinungsform des Algorithmus und haben eine sehr lange und vielfältige Geschichte. Für vielerlei Zwecke im Alltag und im Arbeits- und Geschäftsleben werden Formeln als praktische, bewährte Rezepte geschätzt, die der Anwender schnell und einfach nutzen kann, ohne sie genau zu verstehen.

Signatur: CS F 403

A history of algorithms : from the pebble to the microchip / Jean-Luc Chabert (ed.). [Authors: Évelyne Barbin ...].
Berlin [u.a.] : Springer, 1999. - IX, 524 S. : Ill., graph. Darst ; 24 cm
ISBN 3-540-63369-3
Aus dem Franz. übersetzt
Originaltitel: Histoire d'algorithmes

Präsentiert Originaltexte, in denen berühmte Algorithmen erstmals dargestellt wurden, und zeichnet deren Geschichte nach.

Signatur: 2922-6179
Harel, David <1950->:

Algorithmics : the spirit of computing / David Harel. With Yishai Feldman. - 3., ed.
Berlin [u.a.] : Springer, 2012. - XXII, 572 S. : Ill., graph. Darst ; 235 mm x 155 mm
ISBN 978-3-642-27265-3&tbm=bks">978-3-642-27265-3
3. ed. ursprünglich erschienen im Verlag Pearson Education Limited 2004; Originaltitel: Algorithmik - Die Kunst des Rechnens

Populärwissenschaftliche Darstellung des Gebiets der Algorithmik, aber auf recht hohem Niveau und sehr umfassend bis in heutige Zeit.

Signatur: CS G 320
Knuth, Donald Ervin:

The art of computer programming / Donald E. Knuth.
Reading, Mass. [u.a.] : Addison-Wesley, 1968-.
(Addison Wesley series in computer science and information processing)

Vol. 1.Fundamental algorithms. - 2. print. - 1969. - XXI, 634 S.
Vol. 2.Seminumerical algorithms. - 1969. - XI, 624 S.
Vol. 3.Sorting and searching. - 1973. - XI, 722 S.
Vol. 4, A.Combinatorial algorithms ; Part. 1. - 2011. - XV, 883 S.

Ein monumentales Kompendium. Mit genauen Beschreibungen, Begründungen, Beweisen und Literaturhinweisen stellt D.E. Knuth tausende von Algorithmen dar. Dies ist nicht nur ein Grundlagenwerk für die Erforschung und Entwicklung von Algorithmen, sondern dient auch zahllosen Programmierern als Quelle nützlicher, theoretisch fundierter und

gründlich erprobter Rechenrezepte.
Donald Knuth hat auch nebenbei das mathematische Textsystem TeX geschaffen, mit dem heute fast alle Mathematiker ihre äußerst komplizierten, formelreichen Fachtexte schreiben und für den Druck aufbereiten.

Signatur: CS G 316
Sedgewick, Robert:

Algorithmen in Java / Robert Sedgewick. - 3.,überarb. Aufl.
München [u.a.] : Pearson Studium, 2003-. - 816 S.
(Pearson Studium : i, Informatik)
ISBN 3-8273-7072-8
Originaltitel: Algorithms in Java
[Bd. 1]. Teil 1-4 : Grundlagen, Datenstrukturen,
Sortieren, Suchen / Robert Sedgewick ; Michael Schidlowsky [Hrsg.]
3., überarb. Aufl.

Große Sammlung bewährter Algorithmen mit fertigen Java-Programmen zum direkten Einbau in eigene Programme.

Signatur: 2856-1343
Du Sautoy, Marcus:

Die Musik der Primzahlen : auf den Spuren des größten Rätsels der Mathematik / Marcus du Sautoy.
München : Beck, 2004. - 398 S. : Ill., graph. Darst ; 23 cm
ISBN 3-406-52320-X
Originaltitel: The music of the primes

Anm: Ein Versuch, die "Riemannsche Vermutung" allgemeinverständlich, in fast romanhaftem Erzählstil darzustellen. Mit Vorgeschichte und Bedeutung der Riemannschen Entdeckungen.

Signatur: 2708-3893
Lüneburg, Heinz:

Leonardi Pisani Liber Abbaci oder Lesevergnügen eines Mathematikers / von Heinz Lüneburg.
Mannheim [u.a.] : BI-Wiss.-Verl., 1992. - 340 S. : graph. Darst
ISBN 3-411-15461-6

Fibonaccis Buch "Liber Abaci" aus der Sicht eines Mathematikers ausführlich dargestellt, samt dem historischen Hintergrund.

Signatur: 2250-1011
Vorobev, Nikolaj Nikolaevið:

Die Fibonaccischen Zahlen / von N. N. Worobjow. - 2., erw. Aufl.
Berlin : Dt. Verl. der Wiss., 1971. - 129 S.
(Mathematische Schulbücherei ; 17)
(Hochschulbücher für Mathematik : Kleine Ergänzungsreihe ; 19)

Eine einfache Darstellung für den Schulgebrauch.

Signatur: 2912-8125
Dunlap, Richard A.:

The golden ratio and fibonacci numbers / by Richard A. Dunlap. - Reprint.
New Jersey [u.a] : World Scientific, 2008. - VII, 162 S. : Ill., graph. Darst
ISBN =978-981-023264-1 = 981-023264-0

Die Fibonacci-Zahlen sind die berühmtesten nach den Primzahlen. Hier wird besonders ihre Beziehung zum "Goldenen Schnitt" herausgearbeitet.

Signatur: MA H 817
Edwards, Anthony William Fairbank:

Pascal's arithmetical triangle : the story of a mathematical idea / A.W.F. Edwards. - Paperbacks ed.
Baltimore, Md. [u.a.] : Johns Hopkins Univ. Pr., 2002. - XVI,202 S.
ISBN 0-8018-6946-3
Originally published: 1987

Verfolgt das Pascal-Dreieck zurück zu seinen Wurzeln bei Pythagoras, den Hindus und der arabischen Algebra. Mit einer Geschichte kombinatorischer Probleme, Schwerpunkt auf Blaise Pascal.

Signatur: MA B 936
Singh, Simon <1964->:

Fermats letzter Satz : die abenteuerliche Geschichte eines mathematischen Rätsels / Simon Singh. Aus dem Engl. von Klaus Fritz.
München [u.a.] : Hanser, 1998. - 364 S. : Ill., graph. Darst ; 22 cm
ISBN 3-446-19313-8
Literaturverz. S. 355 - 358
Originaltitel: Fermat's last theorem

Erzählerische Darstellung.
Der Satz wurde erst 1993 von Andrew Wiles bewiesen.
Er lautet:
Die Gleichung
a^n + b^n = c^n
hat für positive ganze Zahlen a, b, c, n keine Lösung,
wenn n>2 ist.

Signatur: MA U 662
Petzold, Charles:

The annotated Turing : a guided tour through Alan Turing's historic paper on computability and the Turing machine / Charles Petzold.
Indianapolis, Ind. : Wiley, 2008. - XII, 372 S.
ISBN 0-470-22905-5=978-0-470-22905-7

Gründliche, gut lesbare Aufbereitung von Turings bedeutendster Arbeit.

Signatur: 2922-1569
Watson, Ian D. <1960->:

The universal machine : from the dawn of computing to digital consciousness / Ian Watson. - 1., 2012.
New York, NY : Copernicus Books [u.a.], 2012. - XIV, 353 S. : Ill ; 235 mm x 155 mm
ISBN 3-642-28101-X=978-3-642-28101-3 = 978-3-642-28102-0

Illustrierte Computergeschichte mit Schwerpunkt auf den algorithmischen Methoden, mit Ausblick auf künftig mögliche Entwicklungen.

Signatur: 2928-0694

Alan Turing : his work and impact / ed. by S. Barry Cooper and Jan van Leeuwen.
Amsterdam [u.a.] : Elsevier, 2013. - XXI, 914 S. : Ill., graph. Darst ; 28 cm
ISBN 0-12-386980-3=978-012-386-980-7

Umfassende Darstellung von Turings Werk und nachhaltiger Bedeutung. Seine wichtigen Arbeiten sind hier alle abgedruckt und kommentiert.

Signatur: 2907-6280
Hromkovic, Juraj:

Berechenbarkeit : Logik, Argumentation, Rechner und Assembler, Unendlichkeit, Grenzen der Automatisierbarkeit : Lehrbuch für Unterricht und Selbststudium / Juraj Hromkovic. - 1. Aufl.
Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2011. - 265 S.
ISBN =978-3-8348-1509-5

Turings Thema der Berechenbarkeit für den Informatikunterricht aufbereitet. "Indem man zeigt, dass es mehr Probleme als Algorithmen gibt, entdeckt man, dass für gewisse Probleme keine Algorithmen zu ihrer Lösung existieren."

4. Analysis

Signatur: MA U 649
Netz, Reviel:

Der Kodex des Archimedes : das berühmteste Palimpsest der Welt wird entschlüsselt / Reviel Netz; William Noel.
München : Beck, 2007.
ISBN 978-3-406-56336-2

Im Jahre 2006 wurde mit Hilfe von Röntgentechnik ein Text des Archimedes entziffert. Er scheint zu beweisen, daß A. schon recht nah an der Idee der Integralrechnung war. Zwar kannte er den Grenzwertbegriff noch nicht, aber der Verfasser (Netz) kommt zu der Ansicht: "Die Griechen konnten sich das aktual Unendliche sehr wohl vorstellen, sie konnten sogar damit umgehen." A. habe, so beweise der antike Text, schon einen großen Schritt in Richtung der modernen Analysis getan. Ferner verwendete er "bereits Grundlagen der Mengenlehre in einer Form, die erst gegen Ende des 19. Jh. ... neu entwickelt wurde."

Signatur: 2428-9904
Beckmann, Petr:

A history of Pi / Petr Beckmann. - 2. ed.
Boulder : Golem P., 1971. - 196 S. : illus., ports
ISBN 0-911762-12-4

Die Kreiszahl ist das berühmteste Beispiel einer irrationalen Zahl. Archimedes konnte sie mittels regelmäßigen Vielecken, dem Kreis einbeschrieben bzw. ihn umschließend, auf 3 Dezimalstellen genau ermitteln. Persische und chinesische Wissenschaftler kamen ab dem 4. Jh. noch näher heran. Erst im 16. Jh. ging es in Europa deutlich weiter, 2011 wurden in Japan 10 Billionen Stellen errechnet.

Signatur: Aa-4952
Archimedes:
Archimedis opera omnia : cum commentariis Eutocii / e codice Florentino recensuit, Latine vertit notisque illustravit J. L. Heiberg.
Lipsiae : Teubner, 1880-.

Teil 1. Archimedes":Archimedes"; Johan Ludvig Heiberg, Eutocius [Hrsg.]. - XII, 499 S.
(Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana)

Signatur: MA U 703
Heuser, Harro:

Unendlichkeiten : Nachrichten aus dem Grand Canyon des Geistes / Harro Heuser.
Wiesbaden : Teubner, 2008. - XI, 228 S.
ISBN 978-3-8351-0119-7

Das "Zentralblatt für Mathematik" schreibt: "... an intelligent small talk, makes this smoothly readable text well suited not only for philosophically interested mathematicians, but also for the interested non-mathematician."

Das Unendliche.
3., unveränd. Aufl.
Heidelberg : Spektrum der Wissenschaft, 2013. - 90 S.
Spektrum der Wissenschaft
ISBN 978-3-943702-41-5

Anschauliche, illustrierte Darstellungen der wichtigen Themen von der Antike bis in die neueste Zeit.

Signatur: 2928-5709
Sonar, Thomas:

3000 Jahre Analysis : Geschichte, Kulturen, Menschen / Thomas Sonar.
Heidelberg [u.a.] : Springer, 2011. - XXII, 711 S.
(Vom Zählstein zum Computer)
(Geschichte Kulturen Menschen)
ISBN 978-3-642-17204-5

Alle Facetten der Analysis werden in diesem Kompendium zu einer Gesamtschau verbunden. Viel mehr als nur eine fundierte Faktensammlung, sondern auch ein Bilder- und Lesebuch im besten Sinne.

Signatur: 2891-3933
Körle, Hans-Heinrich:

Die phantastische Geschichte der Analysis : Ihre Probleme und Methoden seit Demokrit und Archimedes ; dazu Grundbegriffe von heute / von Hans-Heinrich Körle.
München : Oldenbourg, 2009. - XIV, 217 S.
ISBN 978-3-486-58825-5

Geeignet für Studenten, die etwas mehr in die Hintergründe eintauchen wollen, als es in den Grundvorlesungen möglich ist.

Signatur: 2712-9867
Hecht, Hartmut:

Gottfried Wilhelm Leibniz : Mathematik und Naturwissenschaften im Paradigma der Metaphysik / Hartmut Hecht.
Stuttgart [u.a.] : Teubner, 1992. - 157 S. : 33 Abb
(Teubner Archiv zur Mathematik : Supplement ; 2)
ISBN 3-8154-2025-3

Das Buch bietet Beispiele Leibnizscher Mathematik in moderner Schreibweise, etwa Integralmethoden zur Berechnung der Kreisfläche.

Leibniz:
Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus.

In: Acta eruditorum 1684

Original der Veröffentlichung in den Acta eruditorum, der ersten wissenschaftlichen Zeitschrift der Welt.
Eine Übersetzung bietet der nächste Titel:

Signatur: 2304-1680
Leibniz, Gottfried Wilhelm:

[Sammlung]
Leibniz über die Analysis des Unendlichen : eine Auswahl Leibnizscher Abhandlungen / aus dem Latein. übers. und hrsg. von Gerhard Kowalewski.
Leipzig : Engelmann, 1908. - 84 S.
(Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften ; 162)
Darin: "Neue Methode der Maxima, Minima sowie der Tangenten, die sich weder an gebrochenen, noch an irrationalen Grössen stösst, und eine eigentümliche, darauf bezügliche Rechnungsart." (Dt. Übers. des berühmten Artikels aus den Acta eruditorum.)

Signatur: MA U 625

Gottfried Wilhelm Leibniz : das Wirken des großen Universalgelehrten als Philosoph, Mathematiker, Physiker, Techniker / Universität Hannover. Karl Popp ... (Hrsg.).
   Hannover : Schlüter, 2000. - 140 S.
Leibniz-Ausstellung ; (Hannover) : 2000.
ISBN 3-87706-609-7

Ein Ausstellungskatalog. Auch der Acta-Beitrag ist abgedruckt.

Signatur: 2720-1316
 Leibniz, Gottfried Wilhelm:

De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis / Gottfried Wilhelm Leibniz. Kritisch hrsg. u. kommentiert von Eberhard Knobloch.
   Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1993. - 160 S.
(Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften in Göttingen : Mathematisch Physikalische Klasse ; Folge 3, 43)
ISBN 3-525-82120-4

"Quadratura" bedeutete zu Newtons Zeit das Bestimmen des Flächen-inhalts gekrümmter Kurven, also z.B. Kreisen und Ellipsen. Newton löste dies mittels einer neuen Methode, heute "Integration" genannt.

Signatur: 2304-1680
 Leibniz, Gottfried Wilhelm:

Leibniz über die Analysis des Unendlichen : eine Auswahl Leibnizscher Abhandlungen / aus dem Latein. übers. und hrsg. von Gerhard Kowalewski.
   Leipzig : Engelmann, 1908. - 84 S.
(Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften ; 162)

Signatur: MA U 663 (8)
 Newton, Isaac:

The mathematical papers of Isaac Newton / Ed. by D. T. Whiteside. With the assistance in publicaton of M. A. Hoskin and A. Prag.
   Cambridge : Univ. Pr., 1967. - 8 Bde.
ISBN 0-521-08719-8 &tb

Vol. 8. Newton, Isaac: 1697 - 1722 / Derek Thomas Whiteside, A. Prag [Hrsg.]. - Digitally printed version.
   Cambridge : Univ. Press, 2008 (1981). - LV, 704 S.
   ISBN 978-0-521-04591-9

Signatur: 3493-6506
 Schüller, Volkmar:

Newtons Scholia aus David Gregorys Nachlaß zu den Propositionen IV - IX Buch III seiner Principia / Volkmar Schüller.
   Berlin : Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte, 2000. - 124 S.
(Preprint // Max Planck Institut für Wissenschaftsgeschichte ; 144)

Signatur: Aa-2043
Dedekind, Richard:

Stetigkeit und irrationale Zahlen / Von Richard Dedekind.
Braunschweig : Vieweg, 1872. - 31 S.

In diesem Aufsatz erklärt Dedekind erstmals die reellen Zahlen in der später nach ihm benannten Weise: Jede reelle Zahl ist eine Schnittstelle, sie zerschneidet die nach beiden Seiten unbegrenzte Gerade in zwei Teile, deren Punkte aus allen kleineren bzw. größeren Zahlen bestehen.
Daher die Bezeichnung "Dedekindscher Schnitt".

Signatur: MA E 333
Dedekind, Richard:

What are numbers and what should they be? : (Was sind und was sollen die Zahlen?) / Richard Dedekind.
Orono, ME : Research Institute of Mathematics, 1995. - VIII, 91 S.
(RIM monographs in mathematics)
ISBN 0-9643023-1-4
Revised, edited, and translated from the German edition (1888)

Der engl. Text wurde im Interesse der Verständlichkeit von den Übersetzern verändert, vor allem in der Terminologie und Formelschreibweise modernisiert.
Die Herausgeber sind überzeugt, daß Dedekind und nicht Cantor der eigentliche Urheber der mengentheoretischen Grundlagen heutiger Mathematik ist.

Signatur: MA U 648
Wallace, David Foster,:

Georg Cantor : der Jahrhundertmathematiker und die Entdeckung des Unenendlichen / David Foster Wallace. Aus d. Amerikan. übers. von Helmut Reuter und Thorsten Schmidt.
München [u.a.] : Piper, 2007. - 407 S.
ISBN 978-3-492-04826-2

Wallace, bekannt als Schriftsteller, studierte Mathematik mit Schwerpunkt auf den Grundlagen. In seiner eigenwilligen, aber sehr unterhaltsam lesbaren Weise erklärt er die Leistungen Cantors, aber daneben besonders auch Dedekinds.

Signatur: 2590-0486

Richard Dedekind : 1831 - 1981 ; eine Würdigung zu seinem 150. Geburtstag / hrsg. von Winfried Scharlau.
Braunschweig [u.a.] : Vieweg, 1981. - 146 S. : Ill
ISBN 3-528-08498-7

Literaturangaben

Biographische Beiträge, vor allem zur ersten Lebenshälfte, darunter auch viele Briefe; auch Papiere aus dem Nachlaß, die noch kaum bekannt waren.

Signatur: 3491-3477
Gerke, Karl:

Zum Leben des Braunschweiger Mathematikers Richard Dedekind / Karl Gerke; Heiko Harborth.
Braunschweig, 1981. - S. 657-694 S.
Aus: Brunswiek 1031 - Braunschweig 1981. Festschrift zur Ausstellung. 1981

Einige Bilder und Dokumente aus dem Leben von R.D.

Signatur: 2309-1892

Vorlesung über Differential- und Integralrechnung 1861/62 / Richard Dedekind. In e. Mitschr. von Heinrich Bechtold. Bearb. von Max-Albert Knus u. Winfried Scharlau
Braunschweig [u.a.] : Vieweg, 1985. - XIII, 349 S.
(Dokumente zur Geschichte der Mathematik ; 1)
ISBN 3-528-08902-4

Vorlesungsmitschrift von historischem Interesse: sie zeigt, "in welcher Weise Dedekind seine eigenen erfolgreichen Bemühungen schon zu einem sehr frühen Zeitpunkt in seinen Vorlesungen berücksichtigte." In der Einleitung wird darauf noch näher eingegangen.

Dedekind, Richard:

Gesammelte mathematische Werke / Richard Dedekind. Hrsg. von Robert Fricke; Emmy Noether; Oystein Ore.
Braunschweig : Vieweg, 1930-1932.

1. Mit einem Bildnis Dedekinds. - 1930. - 397 S. : Ill
   Signatur: 2304-9983

2. 1931. - 442 S.
   Signatur: 2304-9996

3. 1932. - 507 S.
   Signatur: 2305-0008

Signatur: 2849-5396
Taschner, Rudolf:

The Continuum : a constructive approach to some basic concepts of real analysis / Rudolf Taschner.
Wiesbaden : Vieweg, 2005. - V, 136 S.
ISBN 3-8348-0040-6

Der "konstruktive" Ansatz zur Theorie des Kontinuums, hervorgegangen aus dem System der intuitionistischen Mathematik im Sinne von L.E.J. Brouwer und H. Weyl. Die konstruktive Mathematik lehnt u.a. das Auswahlaxiom ab, was in der Analysis zu größeren Schwierigkeiten führt. Diesen Weg wollen deshalb die meisten Mathematiker nicht beschreiten.

Signatur: MA S 394
Beckert, Herbert:

Zur Erkenntnis des Unendlichen / Herbert Beckert.
Stuttgart [u.a.] : Hirzel, 2001. - 147 S.
(Abhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch Naturwissenschaftliche Klasse ; Bd. 59, H. 3)
ISBN 3-7776-1136-0

Die Vorstellung vom Unendlichen kann nicht aus den Sinneserfahrungen direkt entspringen, also den laut Hume und Kant einzigen Quellen der Welterkenntnis. Es ist vielmehr eine wesentliche Fähigkeit des menschlichen Geistes, das unmittelbar Erfahrene zu extrapolieren. Über Mathematik hat Aristoteles nicht viel hinterlassen, gleichwohl hatte er eine Ahnung, wie man sich der Idee des Unendlichen nähern könne, und zwar im Buch III seiner Physik:

> "Wenn ich zu einem Begrenzten immerfort etwas hinzufüge, werde ich schließlich jedes Begrenzte übertreffen und umgekehrt durch fortgesetztes Teilen eines Begrenzten jedes Begrenzte unterschreiten."

Damit ist er schon verblüffend nah an den Ideen des 18. Jh. über die konvergenten und divergenten Reihen, die am Anfang der modernen Analysis stehen.

Signatur: V.B 68(39)
Weierstrass, Karl:
Mathematische Werke / hrsg. v.d. Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften.
Hildesheim u.a. : Olms, 19XX. - 1 - 7

3.
Berlin : Mayer & Müller, 1903. - VIII, 360 S.

Weierstraß hat kein Lehrbuch geschrieben, aber seine Analysis-Texte sehen in der Formelschreibweise schon so aus wie heute. Er hatte in der Hinsicht eine normierende Wirkung.

Signatur: MA U 660
Laugwitz, Detlef:

Bernhard Riemann : 1826 - 1866; turning points in the conception of mathematics / Detlef Laugwitz. Transl. by Abe Shenitzer. - Repr. of the 1999 ed.
Boston [u.a.] : Birkhäuser, 2008. - XVI, 357 S.
(Modern Birkhäuser Classics)
ISBN 978-0-8176-4776-6

Riemann stellte Formeln und logische Ableitungen in den Mittelpunkt, nicht Berechnungen, und kann damit als ein Vorläufer Hilberts gelten. Einsteins Gravitationstheorie baut auf Riemanns nichteuklidische Geometrie.

Signatur: MA U 601
 Riemann, Bernhard:

Gesammelte mathematische Werke, wissenschaftlicher Nachlass und Nachträge / Bernhard Riemann. Nach der Ausg. von Heinrich Weber und Richard Dedekind neu hrsg. von Raghavan Narasimhan. - 1. Aufl.
   Berlin [u.a.] : Springer [u.a.], 1990. - VI, 911 S.
(Teubner Archiv zur Mathematik : Supplement ; 1)
ISBN 3-540-50033-2

Darin auch frühe Arbeiten zur Zetafunktion.
Hilbert meinte angeblich einmal, wenn er nach 1000 Jahren aus einem Schlaf erwachen würde, wäre seine erste Frage, ob die Riemannsche Vermutung schon bewiesen sei.

Signatur: MA G 300
 Rudin, Walter:

Analysis / von Walter Rudin. [Übersetzung: Martin Lorenz und Christian Euler]. - 4., verb. Aufl.
   München : Oldenbourg, 2009. - X, 408 S.
ISBN 978-3-486-58730-2
Originaltitel: Principles of mathematical analysis

Signatur: MA G 339
 Paech, Frank:

Analysis - anschaulich und anwendungsorientiert : [zur Begleitung des Grundstudiums] / Frank Paech.
   München : Fachbuchverl. Leipzig, 2013. - 407 S.
ISBN 978-3-446-43592-6

Zwischen "rein" und "angewandt", oder zwischen Universität und Fachhochschule, kann es in der Lehre sehr große Unterschiede geben, wie man an diesen zwei einbändigen Lehrbüchern erkennt.

Signatur: 3000-0902
Archimedes": [Sammlung
]

Kunst-Bücher oder heutigs Tags befindliche Schrifften, .. / Archimedes. Johannes Christophorus Sturmius [Mitarb.].
   Nürnberg : Fürst ; [Drucker:] Gerhard, 1670. - 10 Bll., 427 S. ; 4°

Enth. Sand-Rechnung, oder tiefsinnige Erfindung einer, mit
      verwunderlicher Leichtigkeit aussprechlichen Zahl,
      welche er unfehlbar beweiset grösser zu seyn als die
      Anzahl aller Sandkörnlein, mit welchem die Höhle der
      ganzen Welt ... könnte ausgefüllet werden / Joh.
      Christoph Sturm [Mitarb.].
      Nürnberg : Fürst, 1667. - 3 Bll., 32 S. ; 4°

A. entwickelt hier eine Art Potenzschreibweise, um in Schritten von jeweils 100.000.000 abzuschätzen, wieviele Sandkörner wohl das Universum (die Sphäre bis an die Fixsterne) ausfüllen würden. Er verwendet Schätzungen des Aristarch von Samos über die Größe der Erdkugel etc.

5. Komplexität

MEILENSTEINE DER COMPUTERGESCHICHTE

1. CHARLES BABBAGE

Signatur: III.F.19
Babbage, Charles,:

Ueber Maschinen- und Fabrikenwesen / Charles Babbage. Aus dem Engl. übersetzt von Dr. G. Friedenberg. Mit einer Vorrede von K. F. Klöden.
Berlin : Stuhr, 1833. - LII, 462 S. ; 8°
Originaltitel: Economy of manufactures and machinery

Hieraus geht klar hervor, daß Babbage ein Mann seiner Zeit war, und das war die große Zeit der Fabriken und der hemmungslos gewinnorientierten Arbeitsteilung und Rationalisierung. Auch sein Projekt der "Analytical Engine" zielte, wie jede Maschine, in diese Richtung. Das Projekt war für ihn allein viel zu groß, und er erhielt beträchtliche staatliche Fördermittel, das öffentliche Interesse daran war zeitweise groß.

Signatur: 2526-3770
Dubbey, John Michael:

The mathematical work of Charles Babbage / J. M. Dubbey.
Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 1978. - VIII, 235 S. : graph. Darst
ISBN 0-521-21649-4

Interessant ist das letzte Kapitel, "Babbage and his computers".
Das Arbeitsprinzip der "Analytical Engine" kommt dem des Von-Neumann-Computers schon recht nah, allerdings sollten die Programme auf einer Art Lochkarten gespeichert sein, ähnlich denen für die mechanischen Webstühle von Jacquard.

Signatur: 2784-1750
Babbage, Charles <1792-1871>,:

Passagen aus einem Philosophenleben / Charles Babbage. Vorw. von Bernhard J. Dotzler. Übers. von Holger Sweers.
Berlin : Kadmos-Verl., 1997. - XI, 344 S.
ISBN 3-931659-07-0
Originaltitel: Passages from the life of a philosopher

Aus seinem Bericht zur Konzeption der "Analytical Engine" geht hervor, daß Lady Lovelace diese genauso gut, wenn nicht besser verstanden habe als er selbst. Er schlug ihr vor, ihre Erkenntnisse doch selber zu veröffentlichen, sie meinte dazu aber, "dieser Gedanke sei ihr gar nicht gekommen". Ihre Notizen, so Babbage, lieferten "den hinreichenden Beweis, daß nunmehr sämtliche Ausarbeitungen und Operationen der Analysis maschinell ausgeführt werden können". (S. 94f)
B. erwähnt noch zwei andere Rechenmethoden, die Aufgaben der

Analysis mechanisch zu lösen [Kombinationsrechnung von Hindenburg und Derivationsrechnung von Arbogast], ist jedoch überzeugt, mit der Differential- und Integralrechnung für die Analytical Engine auf dem richtigen Weg zu sein. Im Hintergrund steht, daß Babbage damit auch die Leibnizsche Schreibweise der Analysis endlich in England einführen half, wo noch immer die weniger hilfreiche Newtonsche Notation herrschte und die britische Mathematik behinderte.

Signatur: SW N 910
Stein, Dorothy:

Ada Augusta Lovelace : eine Frau am Anfang der Moderne / Dorothy Stein; Übers. aus d. Engl. von Björn Bossmann und Sabine Kreiner. - 2. Aufl.
Berlin : Kadmos, 2004. - XXIV, 365 S. : Ill
ISBN 3-931659-64-X

D. Stein hatte Psychologie studiert und selbst mit Computern zu tun. Ihr Interesse an Lady Ada Lovelace galt deshalb deren Programmierung der Analytical Engine. Sie versuchte, die Notizen dazu ausfindig zu machen, insbes. das von Ada angeblich geschriebene "Programm". Dieses blieb ihr unauffindbar, im Gegenteil deutet für Stein alles darauf hin, daß sich Lady Ada selbst überschätzte und Babbage sowohl sie als auch seine eigenen Pläne.
Adas Notizen sind jedoch veröffentlicht, und zwar in "Scientific Memoirs: Selected from the Transactions of Foreign Academies ...", 3(1843), S. 666-731, am Ende nur gezeichnet mit A.A.L. Der lange und mit Formeln gespickte Text weist eine nicht geringe Sachkenntnis aus, sowohl in der Mathematik als in den Funktionen der Maschine. (Nebenbei: In dem Band sind auch mehrere Artikel von Gauß zu finden, der letzte unmittelbar vor Adas Ausführungen.)
URL: http://books.google.de/books?id=qsY-AAAAYAAJ&printsec=frontcover
Nach A.A. Lovelace wurde übrigens die Programmiersprache "Ada" benannt, die mit hohem Anspruch entwickelt wurde, sich aber doch nicht durchgesetzt hat. C++ und Java sind bedeutend mehr in Gebrauch.

2. JOHN VON NEUMANN

Signatur: Aa-9384
Neumann, John von:

The computer and the brain / by John von Neumann.
New Haven : Yale Univ. Press, 1958. - XIV, 82 S.
(Mrs. Hepsa Ely Silliman memorial lectures)

J. v. Neumann untersucht auf dem Stand des damaligen Wissens sehr genau die mit Rechnen und Mathematik zusammenhängenden Fähigkeiten des Gehirns sowie dessen physische Leistung in der Speicherung und dem Transfer von Daten. Er kommt zu dem Schluß:
"Die Bemerkungen über Zuverlässigkeit und logische und arithmetische Tiefe beweisen jedoch, daß, um welches System es sich auch handeln mag, dieses gewiß stark abweicht von dem, was wir bewußt und ausdrücklich als Mathematik bezeichnen." [aus der dt. Übersetzung 1960]

Signatur: Ba-3631(5)
Neumann, John von:

Collected works / John von Neumann. General editor A. H. Taub.

Oxford [u.a.] : Pergamon, 1961-1963.
Erschienen: Bd. 1 (1961) - Bd.6 (1963)

Vol. 5. Neumann, John von: Design of computers,
theory of automata and numerical analysis / John VonNeumann;
A. H. Taub [Hrsg.].
Oxford [u.a.] : Pergamon, 1963. - VIII, 784 S.

Auf S. 35f findet sich die Darstellung des Computerkonzepts, das bis heute gültig und in jedem Computer realisiert ist. Dieser heute sog. "Von-Neumann-Computer" besitzt Komponenten für die elementaren arithmetischen Operationen, für das Speichern von Daten, das Ausführen von Befehlsfolgen [Programmen] und für die Kommunikation mit dem Bediener (Input und Output).
Sehr wichtig ist dabei, daß Programme nicht fest eingebaut sind, sondern als numerisch kodierte Texte vorliegen, die in der Speichereinheit genauso gespeichert sind wie die Daten.
Der erste nach diesen Ideen gebaute Computer hieß "Electronic Numerical Integrator And Computer" (ENIAC).

TIME Magazine, January 3, 1982
The Computer Moves In

Das Neujahrsheft 1983 des Nachrichtenmagazins TIME überraschte die Welt damit, daß für 1982 kein "Mann des Jahres" gewählt worden sei, wie es üblich war, sondern eine "Maschine des Jahres", der Computer. Denn dieser habe, wie zuvor jeweils der Mann des Jahres, die Nachrichten dominiert - das ist das Kriterium für die Wahl.
Gemeint war der Personal Computer, der gerade erst richtig angefangen hatte, die Wohnzimmer zu erobern. Die Industrie hatte große Erwartungen geweckt, und die Verkaufszahlen schossen in die Höhe. Dabei gab es noch keinen Industriestandard (IBM war erst 1981 eingestiegen und zugleich entstand Microsoft). Von Vernetzung und Internet und allem, was dadurch inzwischen Realität ist, war noch keine Rede. Immerhin hatte aber jeder PC-Besitzer eine Maschine, die weitaus mehr konnte als J.v. Neumanns ENIAC, von Babbages Analytical Engine ganz zu schweigen.
Fasziniert waren viele Anwender von einer mathematischen Anwendung: der "Tabellenkalkulation". Das erste Produkt hieß VisiCalc (1980) und hat wohl der Firma Apple entscheidend bei ihrem Aufstieg geholfen.
In seinen Grundfunktionen ist heute noch Excel von Microsoft durchaus damit vergleichbar.

Die neue Computer-Ära : Rechnen mit Licht, Quanten und DNA.
Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft, 2013. - 90 S.
(Spektrum der Wissenschaft Spezial: Physik, Mathematik, Technik)

Vermittelt die aktuellen Themen der Informatik, darunter Quanten- und DNA-Informatik, Künstliche Intelligenz sowie Hochleistungsrechner als prägende Werkzeuge heutiger Forschung.

STRATEGIEN DER KOMPLEXITÄTSBEWÄLTIGUNG MIT MATHEMATIK

ABSTRAKTION

1. IN DER "REINEN" MATHEMATIK

Signatur: Ea-134(15)
Klein, Felix:

Elementarmathematik
Berlin, 1968.
Bd 2. Geometrie. - Reprint der 3. Auflage aus d. Jahre 1925
(Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit bes. Berücksichtigung der Anwendungsgebiete ; 15)
Original erschien 1914.

Im Prinzip ist die "reine" Mathematik schon immer recht abstrakt gewesen, aber wohl erst mit der Topologie hat sich die "Macht der Abstraktion" wirklich entfaltet. Ihre Wurzeln liegen in Erkenntnissen von Leonhard EUler: dem Polyedersatz und seiner Untersuchung des Königsberger Brückenproblems. Erst im 20. Jh. wurde sie aber zu der Theorie, die heute viele Gebiete dominiert.
1914 ist jedoch in der universitären Lehre noch immer nicht viel davon zu sehen. Felix Klein, der noch den varalteten Namen "Analysis situs" benutzt, bedauert das Fehlen einer "leichter lesbaren Darstellung" [S.116]

Signatur: MA L 300 (1)
Bourbaki, Nicolas:

Elements of mathematics / Nicolas Bourbaki.
Berlin [u.a.] : Springer, 1966-.
Originaltitel: Éléments de mathématique

G.1. General topology 1 : chapters 1 - 4 / Nicolas Bourbaki. - 2. printing.
Berlin [u.a.] : Springer, 1989. - VII, 436 S.
ISBN 3-540-19374-X
Originaltitel: Elements de mathématique: topologie générale, chapitres 1 à 4

Eine leicht lesbare Darstellung ist dies ganz gewiß nicht, sondern eine auf allerhöchstem abstrakten Niveau. Bourbaki hat eben das Ziel, die gesamte Mathematik auf streng abstrakter Axiomatik aufzubauen. Hier sieht man das in Reinkultur.

Signatur: MA L 324
Laures, Gerd:

Grundkurs Topologie / Gerd Laures; Markus Szymik. - 1. Aufl.
Heidelberg : Spektrum, Akad. Verl., 2009. - X, 242 S.
ISBN 978-3-8274-2040-4

"Sie beschäftigt sich mit den qualitativen Eigenschaften geometrischer Objekte. Ihr Begriffsapparat ist so mächtig, daß kaum eine mathematische Struktur nicht mit Gewinn topologisiert wurde. Topologie lernen heißt Mathematik lernen." [Vorwort]
"Die Topologie ist das Teilgebiet der Mathematik, welches sich dem Studium der stetigen Abbildungen widmet." [1. Grundbegriffe]

Signatur: 2892-5824
Ossa , Erich:

Topologie : eine anschauliche Einführung in die geometrischen und algebraischen Grundlagen / Erich Ossa. - 2., überarb. Aufl.

Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009. - X, 276 S.
(Aufbaukurs Mathematik : Studium)
ISBN 978-3-8348-0874-5

"Topologie ist Stetigkeits-Geometrie" [1.1 Der Homöomorphie-Begriff]

ABSTRAKTION IN DEN ANWENDUNGEN

Signatur: CS G 343
Klaeren, Herbert:

Die Macht der Abstraktion : Einführung in die Programmierung / Herbert Klaeren, Michael Sperber.
Wiesbaden : Teubner, 2007. - VIII, 321 S.
(Leitfäden der Informatik)
(Lehrbuch : Informatik)
ISBN 978-3-8351-0155-5

Unabhängig von konkreten Programmiersprachen werden die Abstraktionstechniken vermittelt, die man zur Konstruktion großer Programme einsetzen kann, wie z.B. Rekursion, Abstrakte Datentypen, Baumstrukturen, Objektorientierung

Signatur: 2926-9356
Hernandez, Michael James:

Database design for mere mortals : a hands-on guide to relational database design / Michael J. Hernandez. - 3. ed.
Upper Saddle River, NJ [u.a.] : Addison-Wesley, 2013. - XLIII, 610 S.
ISBN 978-0-321-88449-7

Ein gutes Datenmodell hat viele Aufgaben zu erfüllen, um einen robusten und vertrauenswürdigen Betrieb zu gewährleisten. Das Buch soll alle Anforderungen abdecken und alle Aufgaben des Designers und des Programmierers berücksichtigen.

Signatur: CS L 601
Warner, Daniel:

Advanced SQL : Studienausgabe SQL für Praxis und Studium / Daniel Warner.
Poing : Franzis, 2007. - 533 S. & 1 CD-ROM
(Franzis professional series)
ISBN 978-3-7723-7170-7

SQL ist das meistverwendete Werkzeug für den Umgang mit relationalen Datenbanken und zentraler Bestandteil vieler Anwendungssysteme. SQL arbeitet mit Boolescher Logik für Abfragen. Es realisiert eine sog. "Relationenalgebra" mit Boolescher Logik, um beliebige Teilmengen des Datenbestands bilden zu können und daraus die jeweils benötigten Ergebnisse zu gewinnen.

Signatur: CS L 356
Saake , Gunter:

Datenbanken : Konzepte und Sprachen / Gunter Saake; Kai-Uwe Sattler; Andreas Heuer. - 3., aktualisierte und erw. Aufl.
Heidelberg : mitp, 2008. - XVII, 783 S.
ISBN 978-3-8266-1664-8

Modellierung von Strukturen und Anwendungen, Nicht nur SQL-Systeme.

Signatur: CS G 363 (Lehrbuchsammlung)
Balzert, Helmut:

Software-Entwicklung / Helmut Balzert. - 2. Aufl.
Heidelberg [u.a.] : Spektrum Akad. Verl, 2001. - XX, 1136 S. & 2 CD-ROMs (12 cm)
(Lehrbücher der Informatik)
ISBN 3-8274-0480-0

Sehr umfassendes Werk zu allen Aspekten der Programm- und Anwendungsentwicklung. In einigen Bereichen zwar veraltet (2001!), aber doch eine hervorragende Gesamtübersicht.

Signatur: CS G 346
Marshall, Donis:

Solid Code - Deutsche Ausgabe / Donis Marshall. - 1. Auflage.
Unterschleißheim : Microsoft GmbH, 2009. - ca. 352 S.
(Best Practises)
ISBN 978-3-86645-664-8

Zuverlässige Programmiertechniken, voe allem objektorientierte Programmentwicklung.

STATISTIK STATT EXAKTER LÖSUNG

Signatur: 2906-6106
Preis, Tobias:

Ökonophysik : die Physik des Finanzmarktes / Tobias Preis. Mit einem Geleitw. von Dirk Helbing. - 1. Aufl.
Wiesbaden : Gabler, 2011. - XXI, 212 S.
(Gabler Research)
ISBN 978-3-8349-2671-5

Ziel ist, "Methoden aus der statistischen Physik auf das komplexe System des Finanzmarktes anzuwenden und damit ökonomische Phänomene qualitativ und quantitaiv zu modellieren".

Signatur: 2913-5396
White, Tom:

Hadoop: the definitive guide ; [storage and analysis at Internet scale] / Tom White. - 2. ed., rev. & updated.
Beijing [u.a.] : O'Reilly, 2011. - XXII, 600 S.
(Yahoo! Press)
ISBN 978-1-449-38973-4

Ein nicht-relationales Datenbanksystem für extrem große Datenmassen. Geeignet für Auswertungen, die mit SQL-Datenbanken nicht oder nicht hinreichend schnell möglich sind.

Signatur: 2898-0966
 Koehn, Philipp:

Statistical machine translation / Philipp Koehn.
   Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 2010. - XII, 433 S.
ISBN 978-0-521-87415-1

Bei Google zuerst im Einsatz: Maschinelle Übersetzung nicht mit eingebautem Wörterbuch und programmierter Grammatik, sondern durch Vergleich von Textphrasen mit einem sehr großen Korpus von vorhandenen Texten, die in beiden Sprachen vorliegen.

VERWIRKLICHUNG VON VISIONEN

Signatur: 2250-4584
 Nielson, Gregory M.:

Scientific visualization : overviews, methodologies, and techniques / Gregory M. Nielson; Hans Hagen; Heinrich Müller.
   Los Alamitos, Calif. [u.a.] : IEEE Computer Society Press, 1997. - XIII, 577 S. : Ill., graph. Darst
ISBN 0-8186-7777-5

Visualisierung heißt, Information bildlich darzustellen. Im Jahr 1997 war die Entwicklung noch in einem frühen Stadium

Signatur: CS C 940

Scientific visualization: the visual extraction of knowledge from data / editors Georges-Pierre Bonneau ...
   Berlin [u.a.] : Springer, 2006. - IX, 432 S.
(Mathematics and visualization)
ISBN 3-540-26066-8

Visualisierung ist graphische Darstellung von auszuwertendem Zahlenmaterial. Statistische Zahlen als Balkendiagramm zu zeigen, das beherrscht jede Tabellenkalkulation. Neue Visualisierungs-techniken können aussagekräftige graphische Darstellungen

Signatur: 2928-4467
 Yau, Nathan:

Visualize this! : [Daten und Design: so bringen Sie Leben in Ihre Zahlen] / Nathan Yau. Übers. aus dem Amerikan. von Rainer G. Haselier.
   Weinheim : Sybex/Wiley-VCH, 2013. - 422 S.
ISBN 978-352-77602-2-0

Darstellung konkreter Methoden und Werkzeuge mit vielen illustrierten Beispielen.

Signatur: EL H 522
 Wendel , Jan:

Integrierte Navigationssysteme : Sensordatenfusion, GPS und inertiale Navigation / von Jan Wendel. - 1. Aufl.
München [u.a.] : Oldenbourg, c 2007. - X, 336 S.
ISBN 978-3-486-58160-7

"Eine umfassende Einführung in die Sensorik und Algorithmik integrierter Navigationssysteme."
Exakte GPS-Navigation, auch im Auto, setzt z.B. voraus, daß die relativistische Verlangsamung der Uhren in den Satelliten von der Software berücksichtigt wird, sonst wären die Abweichungen viel zu groß. Dies ist also eine Anwendung, die ohne Einsteins Erkenntnis nicht funktionieren könnte.
Ein Teilproblem ist auch hier die Visualisierung, um etwa die aktuelle Position auf einer Karte anzuzeigen.

Signatur: 2922-8876
Arora, Sanjeev:

Computational complexity : a modern approach / Sanjeev Arora; Boaz Barak. - Reprinted.
Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 2010. - XXIV, 579 S.
ISBN 978-0-521-42426-4
Literaturverz. S. 549 - 573

Behandelt: Komplexitätsklassen, probabilistische Algorithmen, interaktive Beweise, Kryptograpje, Quanteninformatik, untere Grenzen für konkrete Berechnungsmodelle, u.a.
"... brings together all of the important developments in complexity theory"

Signatur: CS F 459
Kozen, Dexter C.:

Theory of computation / Dexter C. Kozen.
London : Springer, 2006. - XIII, 418 S.
(Texts in computer science)
ISBN 1-8462-8297-7

Berücksichtigt auch höhere Stufen der Komplexität

Signatur: 2924-8319
Williamson, David P. <1967->,:

The design of approximation algorithms / David P. Williamson; David B. Shmoys.
Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 2011. - XI, 504 S.
ISBN 978-0-521-19527-0

Strategien für Probleme, die grundsätzlich nicht in polynomialer Zeit zu lösen sind (NP-schwierige Probleme).

Signatur: CS F 477
Moore, Cristopher:

The nature of computation / Cristopher Moore; Stephan Mertens.
Oxford [u.a.] : Oxford Univ. Press, 2011. - XVII, 985 S.
ISBN 978-0-19-923321-2

"Computational complexity is one of the most beautiful fields of mathematics, and it is increasingly relevant to other sciences."
Im Kapitel "Grand Unified Theory of Computation" werdn auch die Erkenntnisse von Turing und die algorithmisch unlösbaren Rätsel von Hilbert dargestellt.
Das letzte Kapitel behandelt "Quantum Computation".
Trotz hohen theoretischen Anspruchs ein unterhaltsam geschriebenes Buch.

Signatur: 2893-9234
Alesso, H. Peter:

Thinking on the Web : Berners-Lee, Gödel, and Turing / H. Peter Alesso and Craig F. Smith.
Hoboken, N.J : Wiley, 2009. - XXVII, 291 S. : Ill.
ISBN 0-471-76866-9=978-0-471-76866-1

Als größte und komplizierteste Maschine der Welt wurde früher das Telefonnetz betrachtet. Heute wird es wohl allmählich, oder ist bereits, vom Internet überholt. Nicht das physische Netz ist aber das Hauptproblem, sondern die enorme und ständig weiter anwachsende Masse der Inhalte. Diese sind sowohl in sich komplex wie auch in ihrer Bewältigung als Gesamtheit. Hierzu hat Tim Berners-Lee (gilt als Erfinder des Internet) strategische Ideen entwickelt (Schlagwort "Semantic Web"), deren konkrete Umsetzung bisher nur in Ansätzen gelungen ist und wegen des völligen Fehlens einer zentralen Richtlinienkompetenz in Bezug auf Strukturen der Inhalte und Metadaten nur aus dem Netz selbst heraus sich langsam entwickeln kann.

Signatur: MA U 232
Chaitin, Gegory J.:

Thinking about Gödel and Turing: essays on complexity, 1970 - 2007 / Gregory J. Chaitin.
Singapore [u.a.] : World Scientific, 2007. - XIX, 347 S.
ISBN 978-981-270895-3

Chaitin hat gezeigt, daß es Probleme gibt, deren Komplexität man nicht reduzieren kann, d.h. Komplexität in der Mathematik kennt keine Grenzen. Er betrachtet das gesamte Universum als "riesige Berechnung und vermutet, daß vielleicht alles diskrete Software is, also letztlich alles auf unterster Stufe aus '0' und '1' besteht. Eine ähnliche Sichtweise entwickelte auch Konrad Zuse, Erbauer des ersten elekrotechnischen Computers, in einer Schrift mit dem Titel "Rechnender Raum".

Signatur: 2928-5408
Küppers, Bernd-Olaf <1944->:

Die Berechenbarkeit der Welt : Grenzfragen der exakten Wissenschaften / Bernd-Olaf Küppers.
Stuttgart : Hirzel, 2012. - IX, 307 S. : Ill.
ISBN 978-377-76215-1-7
Literaturverz. S. 289 - 296

Philosophisch-naturwissenschaftliche Gesamtschau der Komplexität der Welt. Im Kapitel "Was ist Information?" stellt er die Frage

"Ist Information ein Naturgegenstand?" Im letzten Kapitel "Auf dem Weg zur Wissenstechnologie" sieht er "Knowledge Engineering" als neue strukturwissenschaftliche Herausforderung und betrachtet die "Berechenbarkeit der Welt" als das "höchste Ziel wissenschaftlichen Forschens und Denkens". Womit auch die Frage "Was soll Mathematik?" eine letztgültige Antwort erhält...

6. Anwendungen und Zukunft

Signatur: 2806-8309

Maß, Zahl und Gewicht : Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung ; [Ausstellung im Zeughaus vom 15. Juli bis 24. September 1989 ; Ausstellung in der Bibliotheca Augusta vom 28. Juli bis 28. Oktober 2001] / [Konzeption von Ausstellung und Katalog: Menso Folkerts ...]. - 2., überarb. und erg. Aufl.
Wiesbaden : Harrassowitz, 2001. - IX, 434 S.
(Ausstellungskataloge der Herzog August Bibliothek ; 60)
ISBN 3-447-04472-1

Blick in die Geschichte der Mathematik mit Schwerpunkt auf der frühen Neuzeit. Leibniz hat eine Weile von Hannover aus auch die Herzog August Bibliothek in Wolfenbüttel geleitet.

Signatur: 2828-6246

Gemeinnützige Mathematik : Adam Ries und seine Folgen / hrsg. von Jürgen Kiefer und Karin Reich. - 1. Aufl.
Erfurt : Verl. der Akad. gemeinnütziger Wissenschaften, 2003. - 269 S.
Kongress: Humanismus-Kongress "Gemeinnützige Mathematik - Adam Ries und seine Folgen" ; 2 (Erfurt) : 2002.10.10-12.
(Acta Academiae Scientiarum ; 8)
ISBN 3-932295-56-0

"Gemeinnützige Mathematik" hieß damals die Angewandte Mathematik, und Adam Ries war im 16. Jh. für etwa 6 Jahre Rechenmeister in Erfurt.

Signatur: 2899-3458
Stakhov, Alexey:

The mathematics of harmony : from Euclid to contemporary mathematics and computer science / Alexey Stakhov. Assisted by Scott Olsen.
Hackensack, NJ [u.a.] : World Scientific, 2009. - XLIX, 694 S.
(Series on knots and everything ; 22)
ISBN 978-981-277582-5
Literaturverz. S. 661 - 674

Stakhov zieht hier die Summe aus 40 Jahren Forschung über die Fibonacci-Zahlen und verwandte Themen. Er stellt auch Anwendungen dar in der Physik und Informatik.

Signatur: 2871-9894
Taschner, Rudolf Josef:

Numbers at work : a cultural perspective / Rudolf Taschner ; translated by Otmar Binder and David Sinclair-Jones.
Wellesley, Mass : A K Peters, c2007. - x, 209 p. : Ill ; 24 cm
ISBN 978-1-568-81290-8
Includes bibliographical references (p. [199]-203) and index; Lizenz des Vieweg Verl., Wiesbaden
Originaltitel: Der Zahlen gigantische Schatten

Populär und flott lesbar im Stil, erzählt dieses Buch allerhand erstaunliche Geschichten über Zahlen aus verschiedensten Bereichen des Daseins, alles verbunden mit historischen Persönlichkeiten. Dazu sehr ansprechende Illustrationen.

Signatur: 2886-7584

Alles Mathematik : von Pythagoras zum CD-Player / Martin Aigner; Ehrhard Behrends (Hrsg.). - 3., überarb. Aufl.
Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009 [erschienen] 2008. - IX, 386 S. : Ill., graph. Darst ; 240 mm x 170 mm
(Populär)
ISBN 978-3-8348-0416-7

Eine Auswahl aus Vorträgen an der Urania in Berlin seit 1990, um die Vielseitigkeit und Nützlichkeit der Mathematik zu aufzuzeigen.

Signatur: 2911-9503
Schwarz , Hans Rudolf:

Numerische Mathematik / Hans Rudolf Schwarz; Norbert Köckler. - 8., aktualisierte Aufl.
Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2011. - 591 S.
ISBN 978-3-8348-1551-4
Literaturverz. S. [563] - 575

Grundlegende Methoden der Numerik. Das Buch ist eine Neubearbeitung und Aktualisierung eines bekannten, älteren Standardwerks von E. Stiefel. Die theoretischen Grundlagen werden vermittelt, und zwar mit Betonung der Realisierung in Computerprogrammen.

Signatur: 2885-5664
Räsch, Thoralf:

Mathematik für Naturwissenschaftler für Dummies : [die Bresche durch den Dschungel der Mathematik] / Thoralf Räsch; Deborah Rumsey und Mark Ryan. - 1. Aufl.
Weinheim : WILEY-VCH, 2009 [erschienen] 2008. - 481 S. : Ill.
ISBN 978-3-527-70419-4

Die Serie "... für Dummies" zeichnet sich i.a. durch unbekümmerte Lockerheit der Darstellung aus. Die Verfasser sind aber durchaus bemüht, die Dinge nicht unzulässig stark zu vereinfachen.
Dieser Titel ist eine Adaption eines englischsprachigen Originals an

die in Deutschland üblichen Lehrinhalte.

Signatur: MA F 847
 Rich, Barnett:

Schaum's easy outlines geometry : based on Schaum's outline of [theory and problems of] geometry / by Barnett Rich; revised by Philip A. Schmidt; abridgement editor: George J. Hademenos.
   New York [u.a.] : McGraw-Hill, 2001. - v, 138 p.
(Schaum's outline series)
ISBN 0-07-136973-2

Die Reihe "Schaum's outline" besteht schon sehr lange und war früher im A4-Format gehalten und stilistisch sehr um Klarheit bemüht, zumeist aber ohne Illustrationen. Es waren viele respektable Lehrbücher darunter. Diese neue Serie trägt dem geänderten Zeitgeschmack Rechnung und enthält viele Illustrationen, nicht jedoch im Comic-Stil.

Signatur: Ea-134(12)
Courant, Richard:

Methoden der mathematischen Physik / von R. Courant und D. Hilbert.
   Berlin : Springer, 1924-.
(Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen ; ..)

1. Bd. Richard Courant, David Hilbert. - 2. verb. Aufl.
       Berlin : Springer, 1931. - XIV, 469 S.
       (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit bes. Berücksichtigung der Anwendungsgebiete ; 12)

Dieser Titel war lange Zeit ein Standardwerk der mathematischen Methoden in der Physik. Die Art der Darstellung war zu ihrer Zeit bewährt, der Inhalt solide, aber heute sind Werke dieses Stils wohl nicht mehr gefragt.

MATHEMATIK BETEILIGT AN UMWÄLZUNG IN DER PHYSIK

Signatur: IV.B.b.262
 Minkowski, Hermann:

Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik : Mit einem Einführungswort / Hermann Minkowski. Otto Blumenthal [Vorr.].
   Leipzig ; Berlin : Teubner, 1910. - 82 S.
(Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien ; 1)

Minkowski hat 1907 dargestellt, wie sich die elektromagnetischen Wellen unter der Annahme einer konstanten Lichtgeschwindigkeit mathematisch beschreiben lassen. Damit wurde der Einsteinschen Speziellen Relativitätstheorie eine exakte mathematische Begründung gegeben.

Signatur: IV.B.a.642
 Lorentz, Hendrik Anton:

Das Relativitätsprinzip : eine Sammlung von Abhandlungen / H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski. Mit Anm. v. A. Sommerfeld und Vorw.

v. O. Blumenthal. - 3., verb. Aufl.
Leipzig : Teubner, 1920. - 146 S.
(Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien ; 2)

Einstein gibt in diesem Band die erste Darstellung seiner Allgemeinen Relativitätstheorie, die das Verhalten von ungleichförmig bewegten (d.h. beschleunigten) Körpern

Signatur: 2919-5721
Naber, Gregory L.:

The geometry of Minkowski spacetime : an introduction to the mathematics of the special theory of relativity / Gregory L. Naber. - 2. ed.
New York, NY [u.a.] : Springer, 2012. - XVI, 324 S.
(Applied mathematical sciences ; 92)
ISBN 978-1-441-97837-0

Moderne, mathematisch stringente Ausarbeitung der Bewegungsgesetze der Speziellen Relativitätstheorie.

MATHEMATIK BETEILIGT AN VERWERFUNGEN IN DER WELTGESCHICHTE

Signatur: 2579-1514
Heims, Steve J.:

John von Neumann and Norbert Wiener : From mathematics to the technologies of life and death / Steve J. Heims. - 2. print.
Cambridge, Mass. [usw.] : MIT Pr., 1980. - XVIII, 547 S.
ISBN 0-262-08105-9

Wiener, der Begründer der Kybernetik, und von Neumann waren als Wissenschaftler auch an Kriegsprojekten beteiligt. Nach 1945 wurde ihnen die Verantwortung bewußt, die auf ihnen lastete durch die Involvierung in den atomaren Rüstungswettlauf, der dann begann. Für Wissenschaftler, und für Mathematiker zumal, waren dies ganz neue neue Erfahrungen. Der Historiker Heims zeichnet nach, wie von Neumann und Wiener damit umgingen.

UMBRUCH IN DER INFORMATIONSTECHNLOGIE DURCH MATHEMATIK UND QUANTENPHYSIK

Signatur: CS D 955
Jaeger, Gregg:

Quantum information : an overview / Gregg Jaeger.
New York, NY : Springer, 2009. - XVIII, 284 S.
ISBN 978-0-387-35725-6

Sehr dichte Darstellung aller Aspekte des noch sehr neuen Forschungsgebiets der Quanteninformatik, auf recht hohem Niveau. Auch geeignet als Nachschlagewerk

Signatur: PY M 312
Allday, Jonathan:

Quantum reality : theory and philosophy / Jonathan Allday.

Boca Raton [u.a.] : CRC Press, 2009. - XXIX, 558 S.
ISBN 978-1-584-88703-4
Includes bibliographical references and index; 902

Beginnt mit kompakter Übersicht der Quantenphysik und behandelt dann philosophische Fragen. Geeignet für Leser mit mathematischer Grundbildung und für Studenten anderer Fachrichtungen, die einen Zugang zur Quantenphysik suchen.

Signatur: PH F 520
Zeilinger, Anton

Einsteins Schleier : die neue Welt der Quantenphysik / Anton Zeilinger. - 8. Aufl.
München : Beck, 2005. - 236 S.
ISBN 3-406-50281-4

"Wirklichkeit und Information sind dasselbe" ist ein überraschendes Resümee, wobei "Information" digital und damit mathematisch verstanden wird. Überwiegend philosophische Betrachtungen aller Aspekte der Quantenphysik, lesbar ohne tiefen Einblick in die Physik und ohne großen mathematischen Fachverstand. Ein Versuch, die sonst so paradox anmutende Theorie, wenn schon nicht glasklar durchschaubar, dann aber doch entscheidend plausibler zu machen als man es in Physikbüchern gewohnt ist.

Signatur: CS D 809
Paun, Gheorghe:

DNA computing : new computing paradigms / G. Paun; G. Rozenberg; A. Salomaa.
Berlin [u.a.] : Springer, 1998. - IX, 402 S. : graph. Darst
(Texts in theoretical computer science)
ISBN 3-540-64196-3

Neben der Quanteninformatik ein ganz anderer, ein biologischer Ansatz zu einer Informationstechnologie, die bis jetzt noch keine erfolgversprechenden Ergebnisse vorweisen kann, jedoch auf einem sehr erfolgreichen Speicher- und Verarbeitungskonzept beruht: der Erbinformation! Auf extrem kleinem Raum wird in den Genen außerordentlich viel Information aufbewahrt und bei Bedarf aktiviert: Ein Zeichen besteht praktisch aus einem Molekül. Eine mathematische Theorie wird durchdacht, die mit den bekannten Mechanismen der DNA umgeht.

Signatur: 2926-9408
Grenander, Ulf:

A calculus of ideas : a mathematical study of human thought / Ulf Grenander.
Singapore [u.a.] : World Scientific, 2012. - XV, 219 S. : graf. Darst., Tab
ISBN 978-981-438318-9

Ein neuer Ansatz, die Arbeitsweise des menschlichen Verstandes zu durchschauen und Wege zu seiner Nachbildung zu suchen. Eine recht spekulative mathematische Theorie wird entwickelt, die mit Hilfe von Musterkerkennungs-Techniken (einem, Kernproblem der künstlichen

Intelligenz) das Denken erklären will. Wissenschaftliche Belege dafür liegen wohl (noch?) nicht vor.

BEISPIEL FÜR EIN GROSSES ANWENDUNGSGEBIET: STATISTIK

Signatur: 2658-9356
Stigler, Stephen M.:

The history of statistics : the measurement of uncertainty before 1900 / Stephen M. Stigler.
Cambridge, Mass. [u.a.] : Belknap Press of Harvard Univ. Press, 1986. - XVI, 410 S. : Ill., graph. Darst
ISBN 0-674-40340-1

Die Statistik ist ein großes Anwendungsgebiet, dessen lange Geschichte hier erzählt wird, aber nur bis zum Jahr 1900. Das meiste passierte eigentlich danach, besonders seitdem es Computer gibt.

Signatur: 2615-8923
Anbarlian, Harry:

An introduction to VisiCalc matrixing for Apple and IBM / Harry Anbarlian.
New York [u.a.] : McGraw-Hill, 1982. - XIII, 252 S.
ISBN 0-07-001605-4

VisiCalc war das erste Programm für die Aufgabe der Tabellenkalkulation Diese damals neuartige Computeranwendung hat viel beigetragen zur schnellen Popularisierung der Personal Computer ab 1980. Die große Zeit der Taschenrechner ging damit zu Ende, denn nun konnte man lange Kolonnen von Zahlen automatisch verrechnen und dabei beliebige Formeln auf alle Einträge einer Zeile oder Spalte einer Tabelle anwenden, statt jede Ergebniszahl einzeln auszurechnen.

Signatur: CS T 662 (Lehrbuchsammlung)
Maslo, Pia

Das große Buch Office XP / Pia Maslo; Andreas Maslo; Helmut Vonhoegen
Düsseldorf : DATA BECKER, 2001. - 1197 S.
(Data Becker ; 2145 : Das große Buch)
ISBN 3-8158-2145-2

Ein Office-Paket vereinigt mehrere Anwendungen, darunter auch die Tabellenkalkulation, zu einer integrierten Gesamtheit. Zwischen den einzelnen Komponenten können Daten in standardisierter Weise ausgetauscht werden, was die Anwendungsmöglichkeiten entscheidend erweitert. Mathematische Anwendung fügt sich damit nahtlos ein in größere Zusammenhänge und ist nicht mehr eine getrennt empfundene Bürotätigkeit, deren Ergebnisse manuell in andere Zusammenhänge eingebracht werden müssen oder sogar von anderen Personen ausgeführt werden müßten.

Signatur: CS L 530 (Lehrbuchsammlung)
Schwenk, Jürgen:

Microsoft Office Excel 2003 - das Handbuch / Reinke Solutions Team
[Jürgen Schwenk; Dieter Schiecke; Egbert Jeschke ...]
Unterschleißheim : Microsoft Press, 2003. - XXXVII, 919 S. + 1 CD-ROM
(Insider-Wissen, praxisnah und kompetent)

ISBN 3-86063-175-6

Das Potential von VisiCalc wird mit heutigen Nachfolgeprodukten weit übertroffen, noch immer geht es aber um das Arbeiten mit Tabellen, und das formale Erscheinungsbild und die Basisfunktionalität der Tabelle sind noch gut erkennbar.

ÄLTERE HILFSMITTEL

Signatur: Aa-4808
Oechler, Friedrich:

Vierstellige Logarithmen- und Zahlentafeln nebst Rechenschieber / Friedrich Oechler.
Darmstadt : Verlagshaus Darmstadt, 1948. - 48 S. ; 8

Bis in die 1970er Jahre, bevor die Taschenrechner kamen, gab es nur Logarithmentafeln, Rechenschieber und mechanische Rechenmaschinen.